

Université de Nantes
L3P Métrologie Chimique et Nucléaire
18/12/20

COURS SPECTROMÉTRIE GAMMA

Nicolas DUFOUR
Laboratoire Capteurs et Architectures Electroniques
CEA Paris-Saclay



- **Spectrométrie**

- « **Mesure de rayonnements électromagnétiques** dans le but d'obtenir des **informations** sur le **système étudié** »

1997 IUPAC, Compendium of Chemical Terminology

- Système étudié = source radioactive
- Mesure : Chaîne d'acquisition
- Informations : sur la source radioactive

- **Spectrométrie gamma**

- Émission de rayonnements gamma par la source radioactive
- Rayonnement gamma : rayonnement électromagnétique trouvant son origine dans une désexcitation du noyau d'un atome



Dans ce cours (et en physique nucléaire de manière générale), on désigne par gamma et X l'origine du rayonnement et non son énergie

SPECTROMÉTRIE GAMMA - INTRODUCTION

- **Chaîne d'acquisition**
 - Détecteur, électronique associée et PC (*hardware*)
 - Logiciel de traitement (*software*)
- **Informations sur la source radioactive**
 - **Identifier** : quels sont les radionucléides présents ?
 - **Quantifier** : quelles sont leurs activités respectives ?



Chaîne de mesure HPGe
(source : CEA/LNHB)



Source scellée de
Strontium-Yttrium 90

➔ Comment savoir si la chaîne d'acquisition transcrit de manière précise ces informations ?

Étalonnage de la chaîne

SOMMAIRE DU COURS

- 1) Origine des rayonnements gamma
- 2) Interaction rayonnement-matière
- 3) Chaîne d'acquisition en spectrométrie gamma
- 4) Étalonnage de la chaîne d'acquisition
 - En énergie
 - En résolution
 - En rendement
- 5) Statistique associée au comptage, incertitudes et intervalles de confiance

SOMMAIRE DU COURS

- 1) Origine des rayonnements gamma
- 2) Interaction rayonnement-matière
- 3) Chaîne d'acquisition en spectrométrie gamma
- 4) Étalonnage de la chaîne d'acquisition
 - En énergie
 - En résolution
 - En rendement
- 5) Statistique associée au comptage, incertitudes et intervalles de confiance

1) ORIGINE DES RAYONNEMENTS GAMMA

- **Stabilité du noyau**
 - Noyau stable = noyau dont l'énergie de liaison est suffisamment grande pour son nombre de nucléons
 - Énergie de liaison = énergie nécessaire à fournir au noyau pour le séparer en ses nucléons

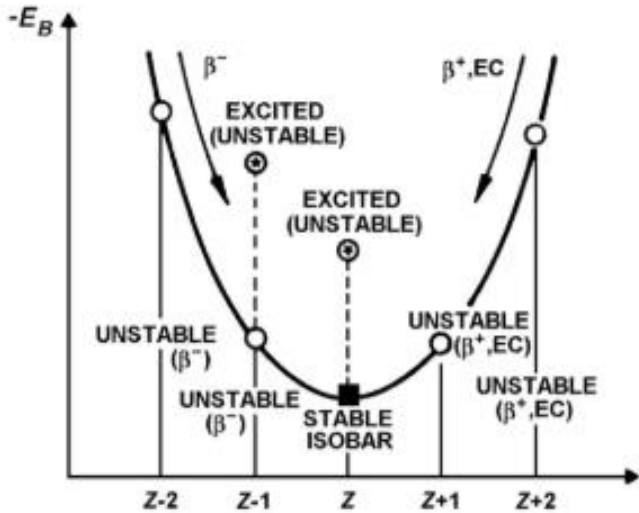
→ Un noyau instable cherche à maximiser son énergie de liaison par nucléon au travers de désintégrations
→ cf. Courbe d'Aston
- **Atteindre la stabilité**
 - Deux cas de figures :
 - 1) Il existe, pour un nombre de nucléons donné, un ou plusieurs noyaux stables
 - 2) Il n'existe pas, pour un nombre de nucléons donné, de noyaux stables

→ Cas n°1 : On change la configuration neutrons/protons par désintégration β^- , β^+ ou capture électronique

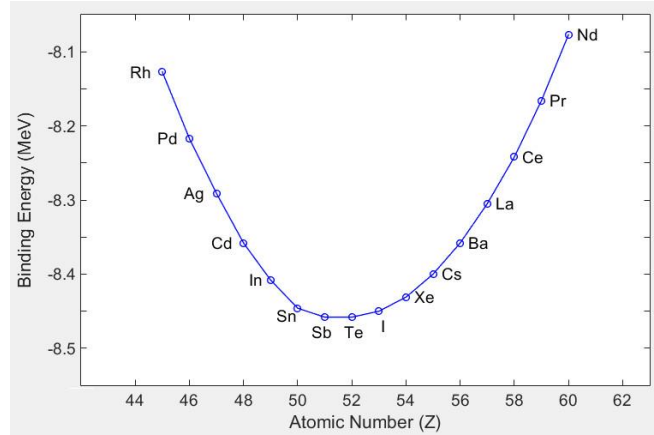
→ Cas n°2 : On réduit le nombre de nucléons par désintégration α ou fission spontanée

1) ORIGINE DES RAYONNEMENTS GAMMA

- Cas n°1

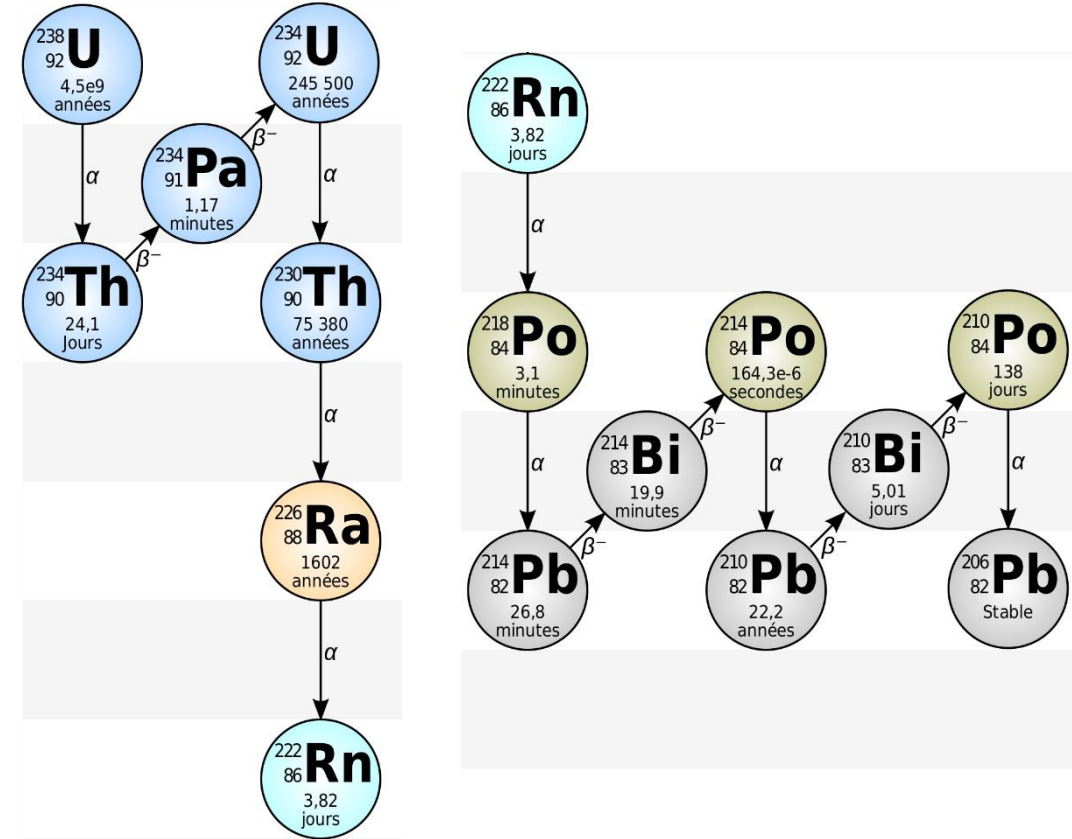


Opposée de l'énergie de liaison en fonction du numéro atomique pour un nombre de nucléons = A



Opposée de l'énergie de liaison en fonction du numéro atomique pour un nombre de nucléons = 125

- Cas n°2



Chaîne de désintégration naturelle de l'uranium 238

G. Choppin et al., Radiochemistry and Nuclear Chemistry, 2013

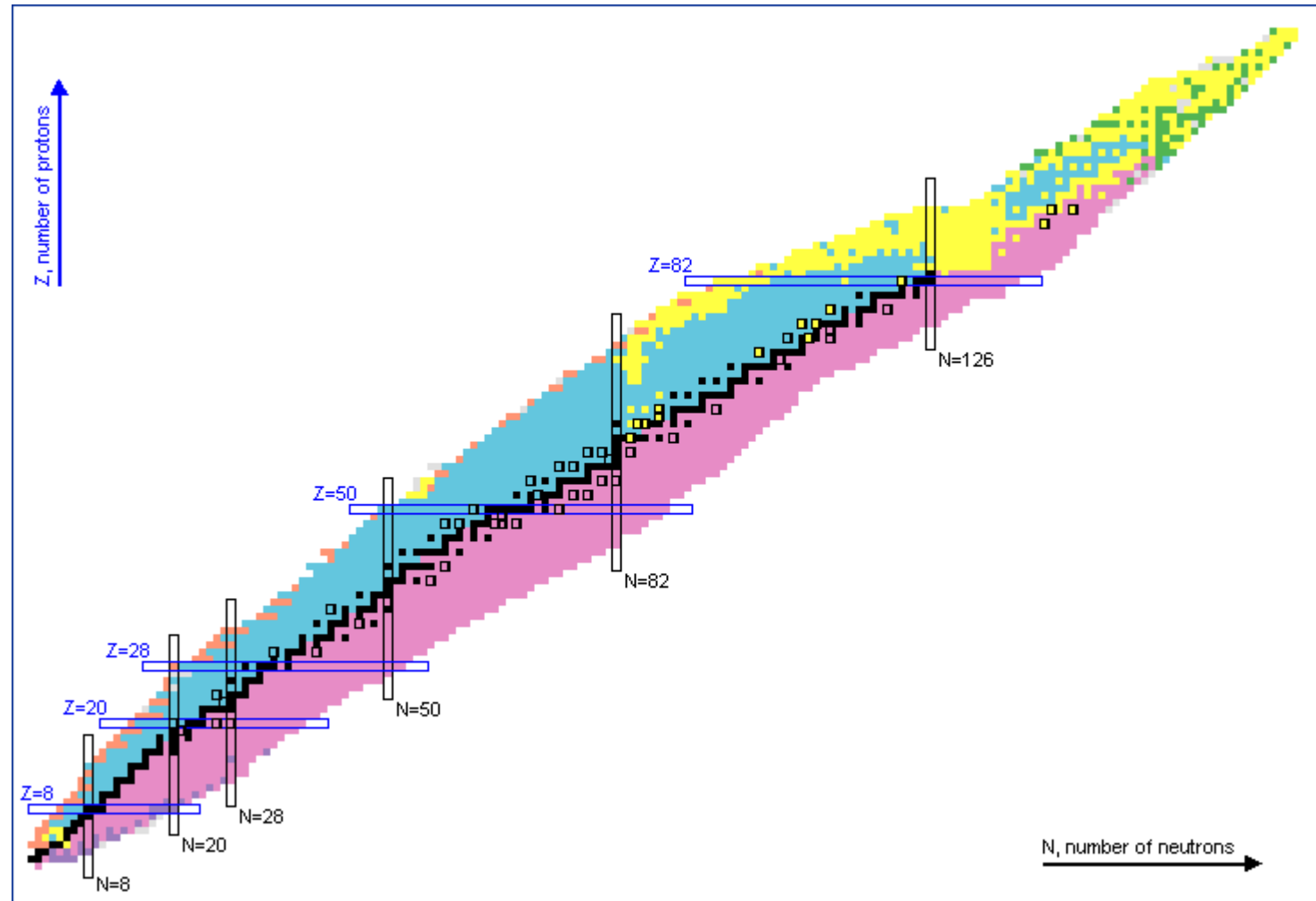
https://en.wikipedia.org/wiki/Valley_of_stability

https://fr.wikipedia.org/wiki/Uranium_238

1) ORIGINE DES RAYONNEMENTS GAMMA

- Vallée de la stabilité

Chart of Nuclides – NNDC – Brookhaven National Laboratory



1) ORIGINE DES RAYONNEMENTS GAMMA

- **État excité**
 - Après une désintégration, le noyau fils peut se retrouver dans un **état excité**
 - Hypothèse : **modèle du noyau en couche**
 - Nucléons se trouvent sur des **couches d'énergies discrètes**
 - État excité = nucléons sur des **niveaux d'énergie supérieurs au niveau le plus énergétiquement faible atteignable**

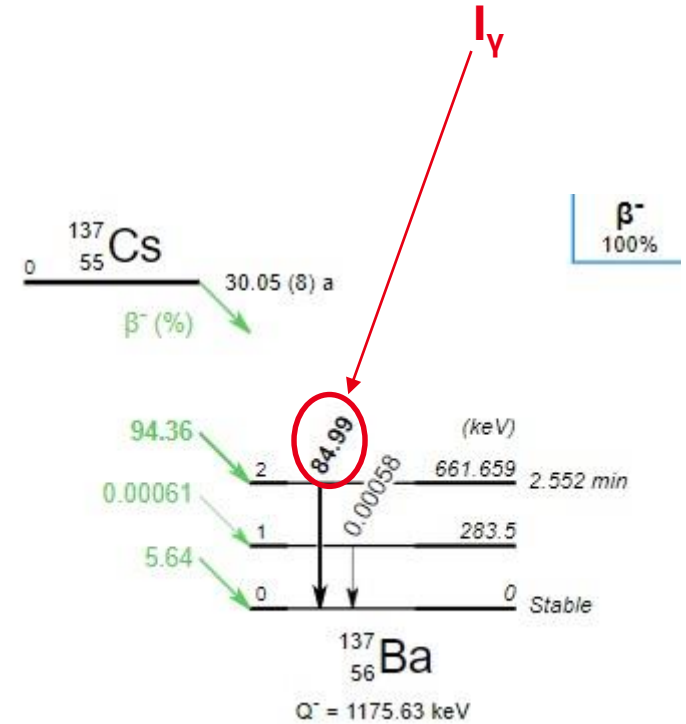
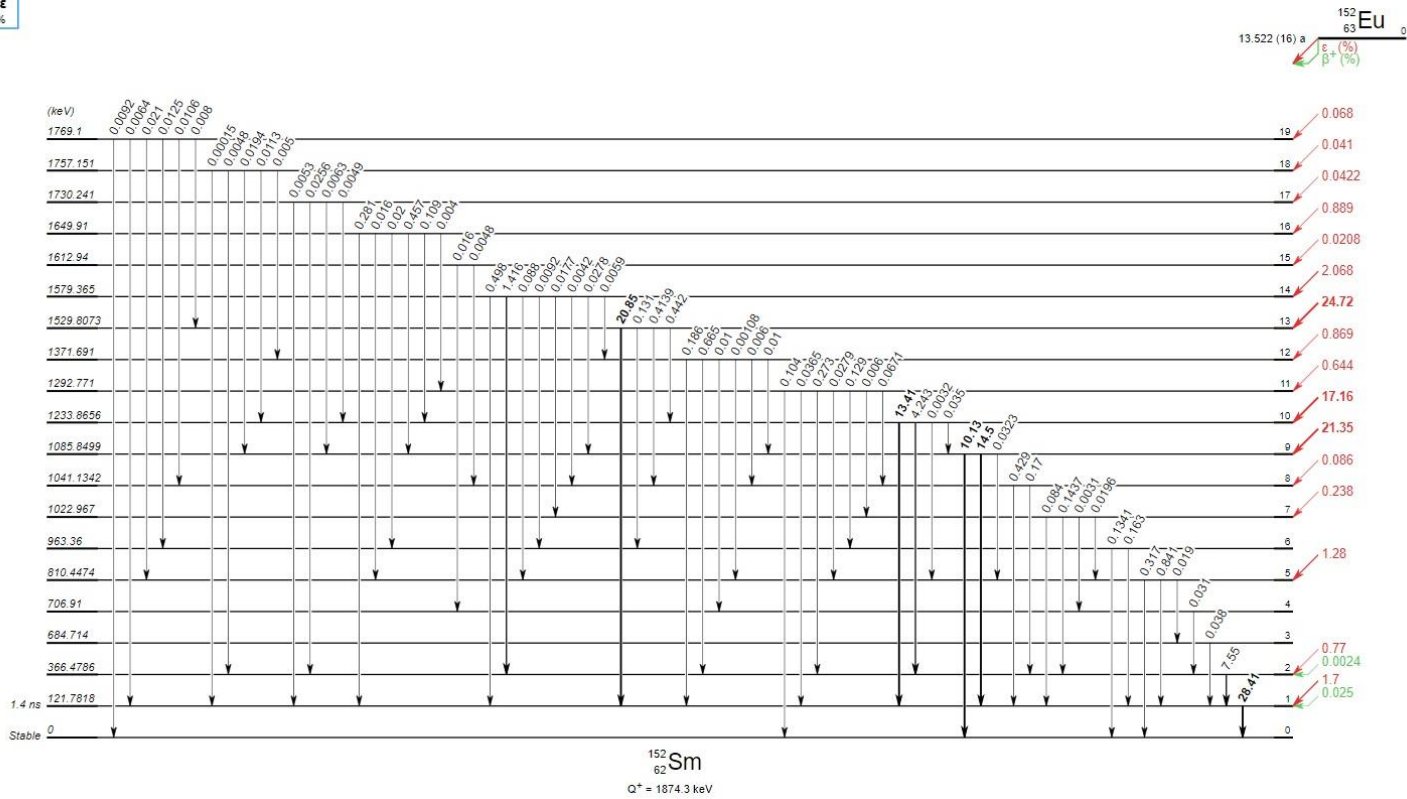
→ Retour du noyau l'état fondamental en émettant un (ou plusieurs) **rayonnement γ d'énergie discrète**
- **Unicité du rayonnement émis**
 - Chaque combinaison de nucléons est propre à un élément → Chaque **état excité** aussi

→ **Chaque rayonnement gamma émis est caractéristique du noyau qui l'a émis**
- **Proportionnalité entre activité du père et activité gamma du fils**
 - **Intensité d'émission**

1) ORIGINE DES RAYONNEMENTS GAMMA

- Radioactivité gamma

β^+, ϵ
72.1%



Spectres d'émissions de l'euprémium 152 (gauche) et du césium 137 (au-dessus), donnés par Nucleide-LARA

1) ORIGINE DES RAYONNEMENTS GAMMA

- **En résumé**
 - Noyau fils d'une désintégration peut être dans un **état excité**
→ **Émission d'un rayonnement γ d'énergie donnée**
 - Chaque rayonnement γ émis par un noyau radioactif lui est **propre**
→ **Identification possible** grâce à la spectrométrie gamma
 - La quantité de rayonnements γ émis est **proportionnelle à l'activité de la source radioactive**
→ **Quantification possible** grâce à la spectrométrie gamma

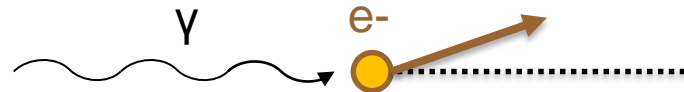
SOMMAIRE DU COURS

- 1) Origine des rayonnements gamma
- 2) Interaction rayonnement-matière
- 3) Chaîne d'acquisition en spectrométrie gamma
- 4) Étalonnage de la chaîne d'acquisition
 - En énergie
 - En résolution
 - En rendement
- 5) Statistique associée au comptage, incertitudes et intervalles de confiance

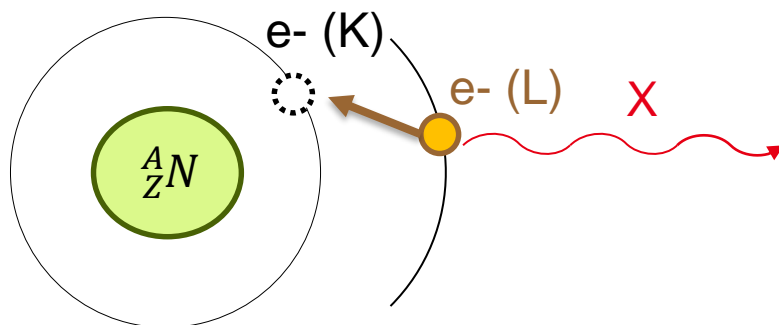
2) INTERACTION RAYONNEMENT-MATIÈRE

- Interaction rayonnement-matière
 - Photon = particule **indirectement ionisante**
 - **3 effets** prédominants : effet photoélectrique, diffusion Compton et création de paires
- Effet photoélectrique (prédominant pour $E_\gamma < 150$ keV dans le germanium)
 - **Transmission de la totalité de l'énergie** d'un photon incident à un électron du milieu

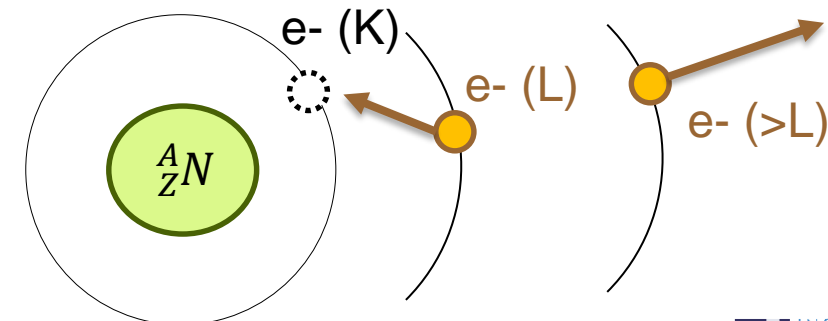
$$E_{e^-} = E_\gamma - E_{Liaison}$$



- Que devient l'énergie de liaison ? Fluorescence X ou émission électron Auger

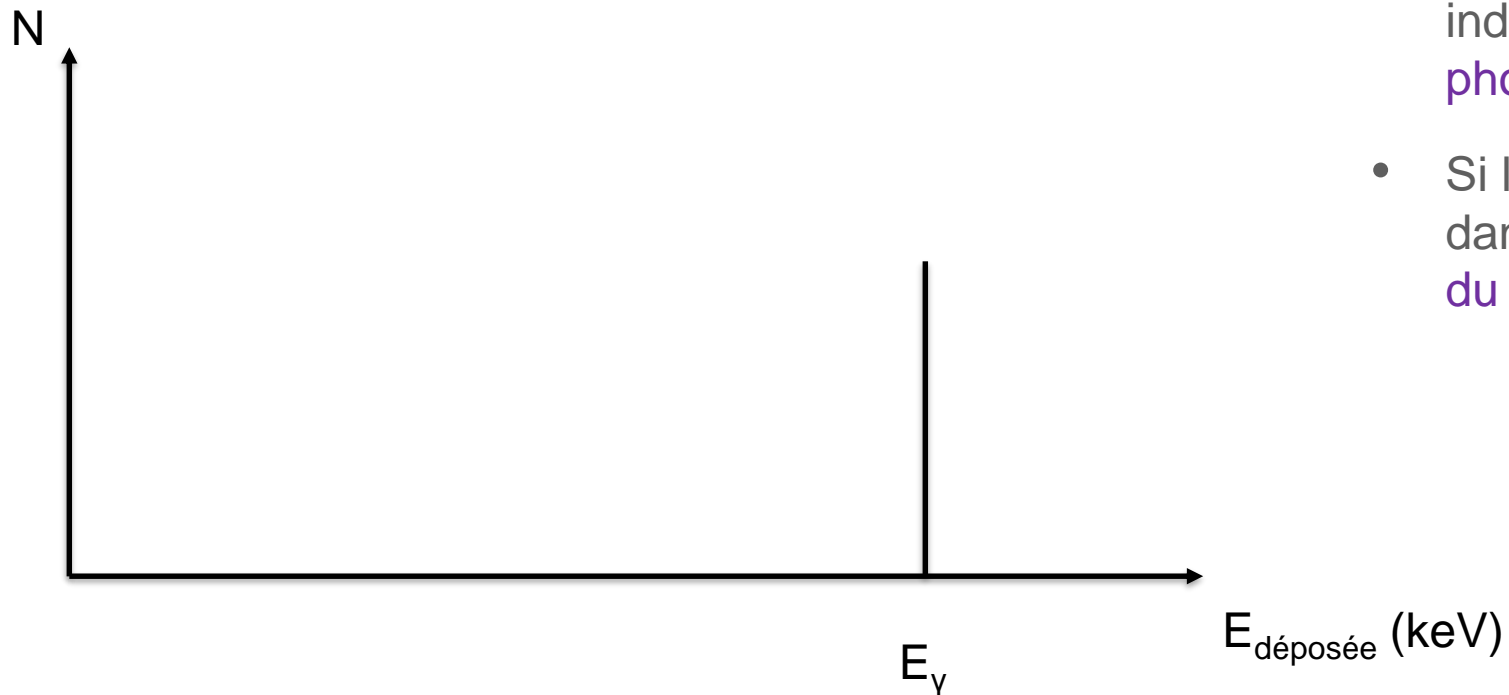


ou



2) INTERACTION RAYONNEMENT-MATIÈRE

- Impact sur le spectre : effet photo-électrique



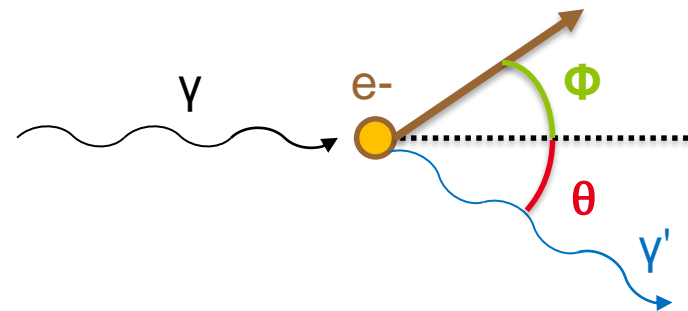
- Effet photoélectrique dans le détecteur induit la détection d'un coup à l'énergie du photon incident E_γ
- Si l'effet photoélectrique a lieu ailleurs que dans le détecteur, possibilité de détection du rayon X de fluorescence \rightarrow X du plomb

2) INTERACTION RAYONNEMENT-MATIÈRE

- Diffusion Compton (Prédominant pour $E_\gamma > 150$ keV dans le germanium)
 - Transmission d'une partie de l'énergie du photon incident à un électron du milieu
 - Réémission du photon dans une direction différente (θ) que celle initiale

$$E_{e^-} = E_\gamma - E_{\gamma'}$$

$$E_{e^-} = E_\gamma - \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_{e^-} \cdot c^2} (1 - \cos \theta)}$$



Φ , angle de recul

θ , angle de diffusion

- **Maximum**

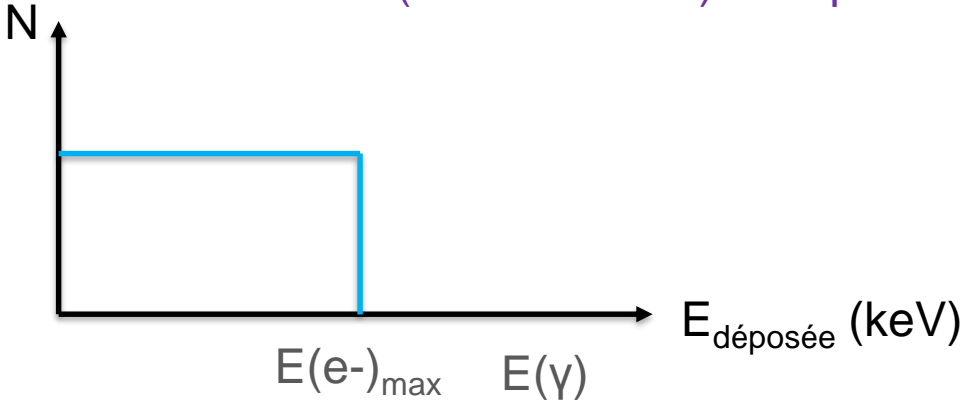
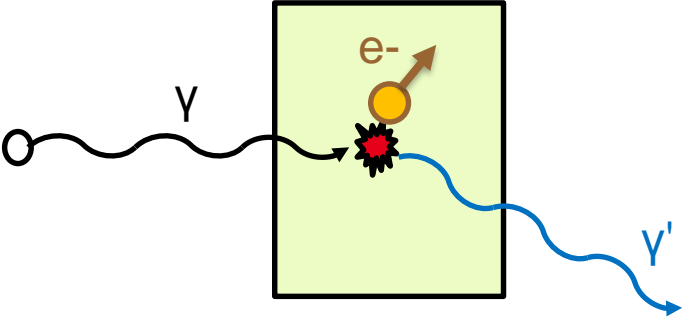
- $E_{e^-}(max)$ quand $\theta = 180^\circ$
→ Rétrodiffusion du photon

- Ici, $E_{Liaison}$ est négligée car les électrons concernés par la diffusion Compton sont ceux des couches les moins liées $\rightarrow E_{Liaison} \ll E_{e^-} \& E_\gamma$

2) INTERACTION RAYONNEMENT-MATIÈRE

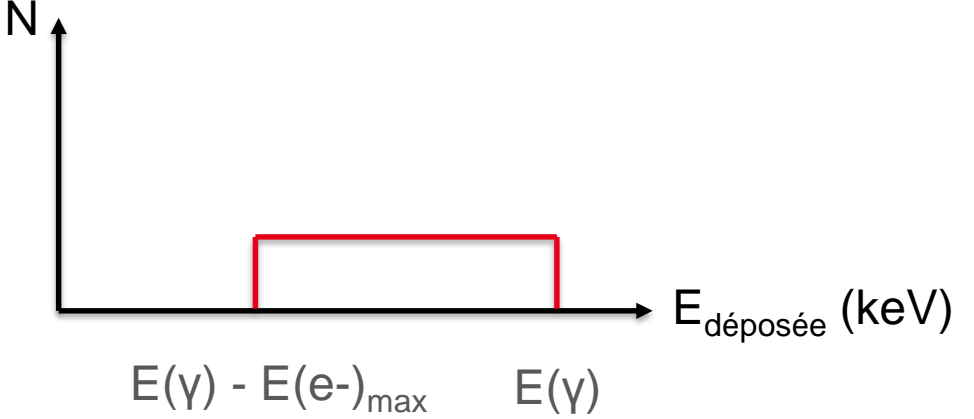
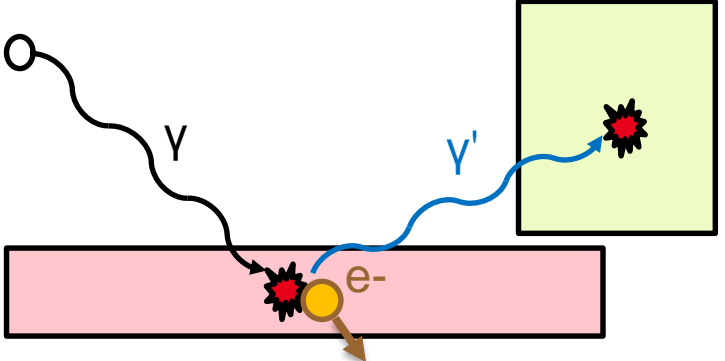
- Deux cas de figures

- Effet Compton dans le détecteur



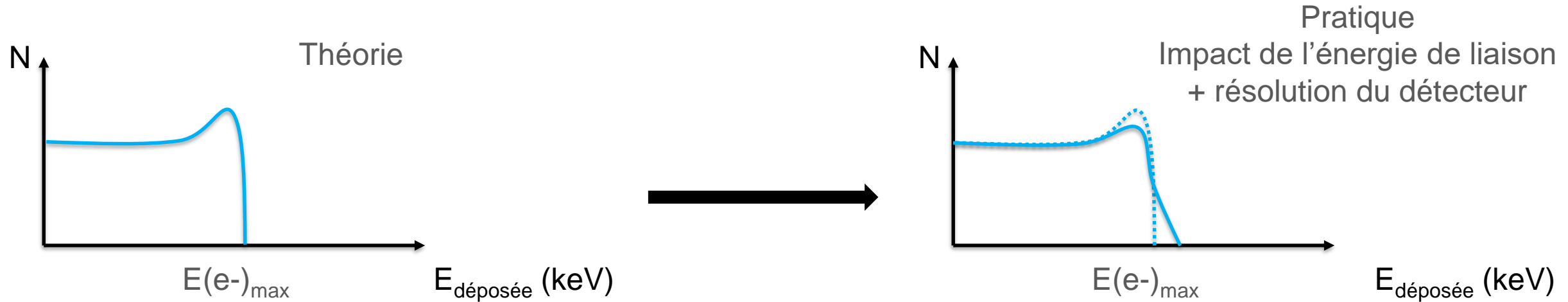
- Énergie maximale : front Compton
- Large gamme en énergie : plateau (ou continuum) Compton

- Effet Compton dans l'environnement



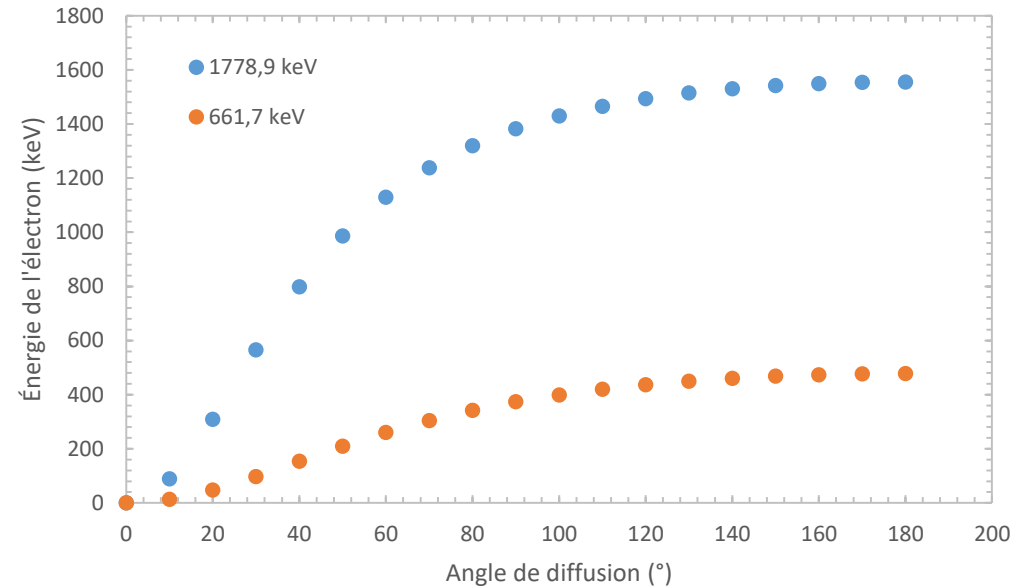
2) INTERACTION RAYONNEMENT-MATIÈRE

- Compton dans le détecteur avec échappement du photon diffusé



- Énergie de l'électron de la diffusion
- Front Compton : au-delà d'un angle de 120° , l'énergie transférée est la même
→ Grands angles de diffusion = Grande énergie transférée à l'électron

2) INTERACTION RAYONNEMENT-MATIÈRE

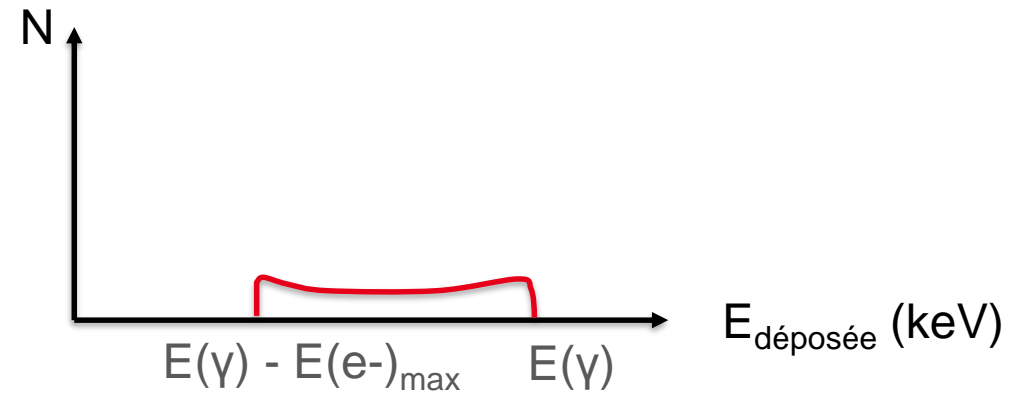


Énergie transmise à l'électron en fonction de l'angle de diffusion pour différentes énergies

- A partir d'un certain angle de diffusion, énergie transmise à l'électron est la même ($\approx E_{e-}(max)$)
→ Front Compton

2) INTERACTION RAYONNEMENT-MATIÈRE

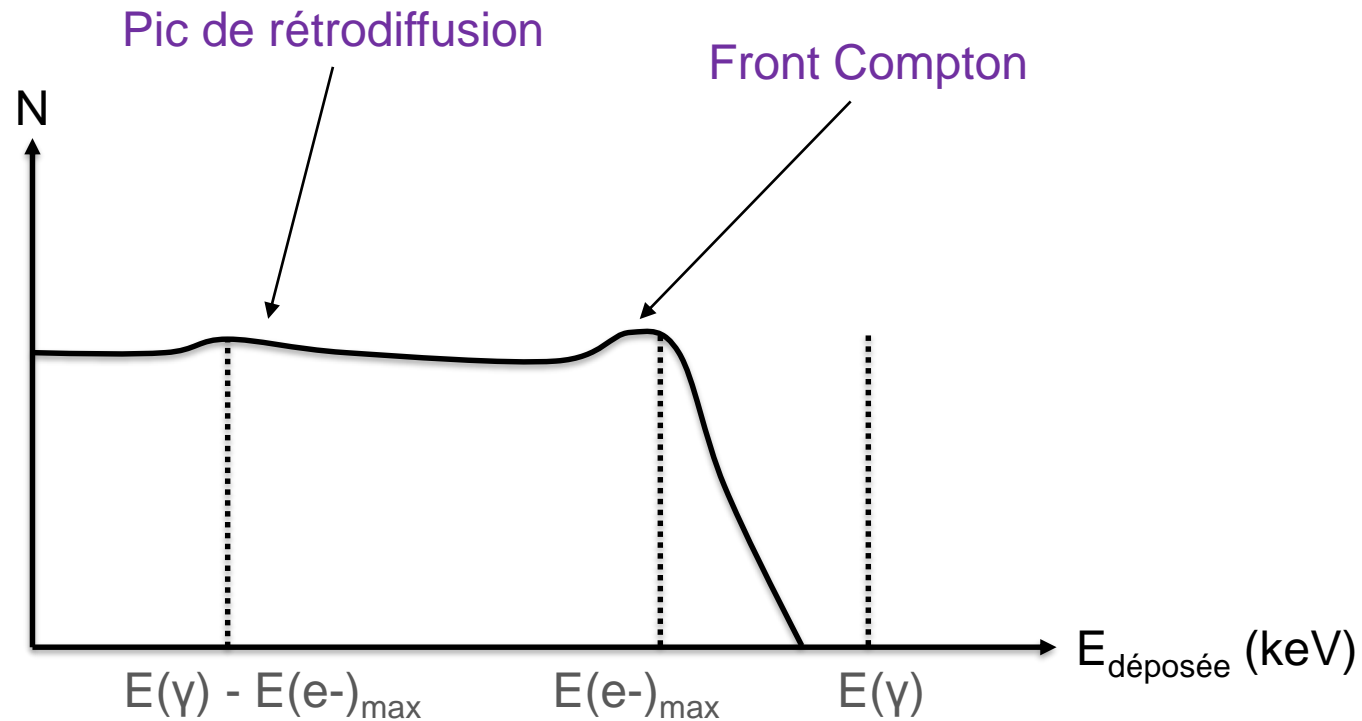
- **Compton hors du détecteur avec capture du photon diffusé**
 - Problématique similaire que pour Compton mais intérêt sur le photon diffusé et non l'électron



- Ici, énergie du photon diffusé dont capture dans le détecteur supposée

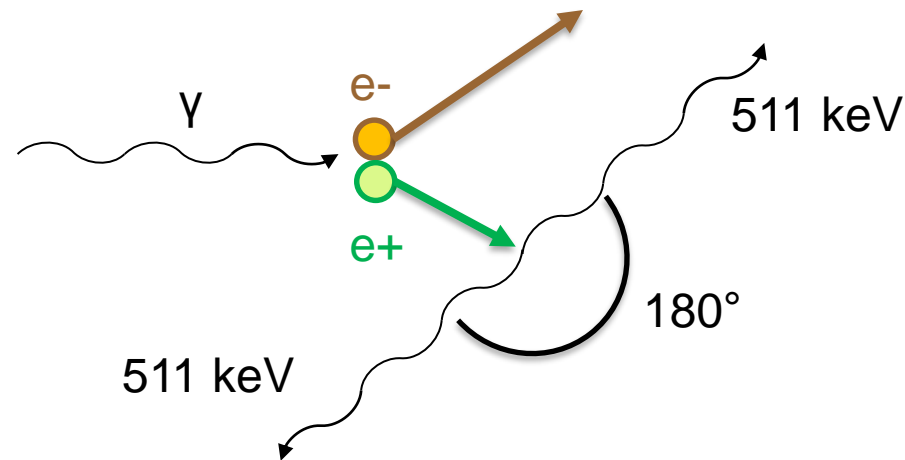
2) INTERACTION RAYONNEMENT-MATIÈRE

- Combinaison Compton hors et dans le détecteur



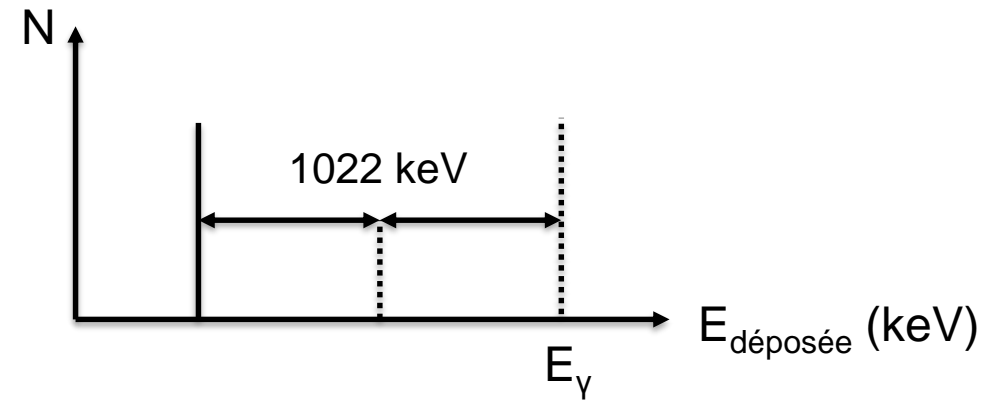
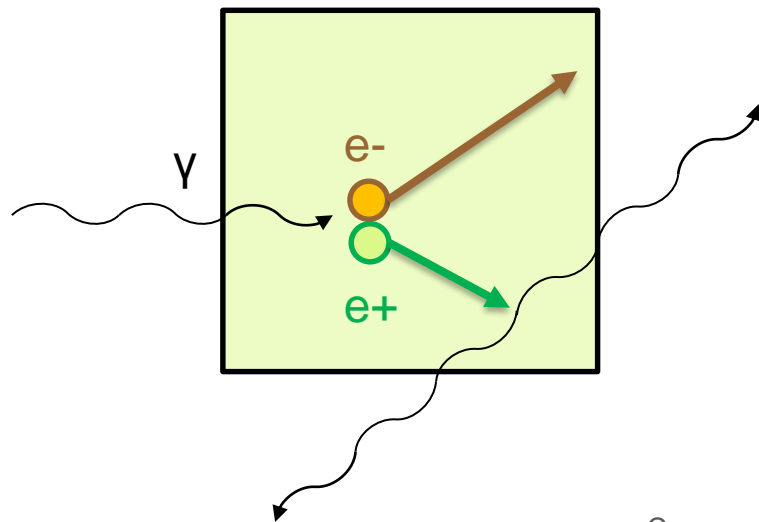
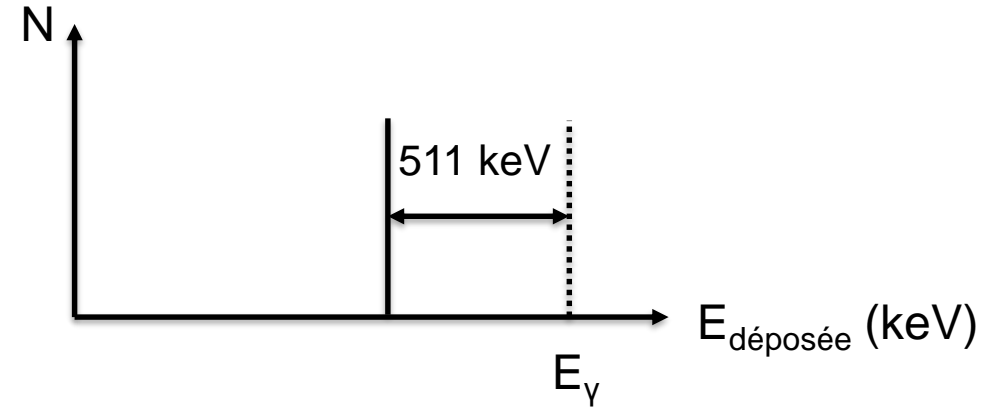
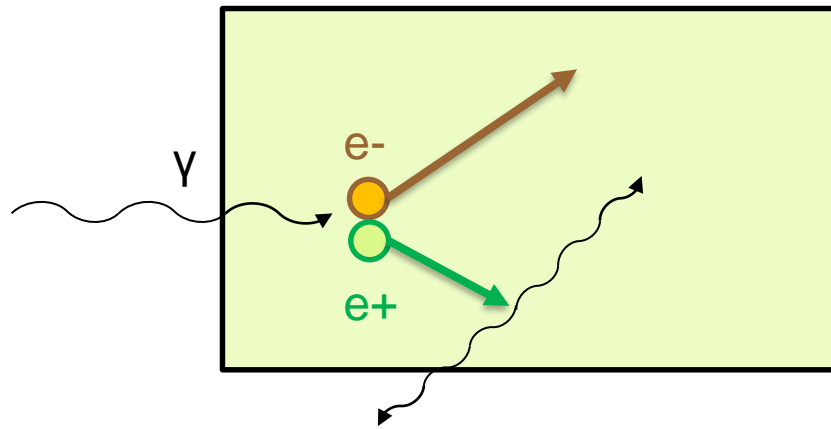
2) INTERACTION RAYONNEMENT-MATIÈRE

- **Création de paires ($E_\gamma > 1022 \text{ keV}$)**
 - Interaction d'un photon d'énergie supérieure à 1022 keV avec le champ coulombien d'un noyau
 - Matérialisation d'une paire électron/positron à partir du photon
- **Annihilation du positronium**
 - Positron possède un parcours similaire à celui des électrons dans la matière
 - **Collision** avec un électron du milieu
 - Annihilation de la paire électron/positron : forme deux photons de 511 keV émis à 180°
 - Principe utilisé dans les tomographies à émission de positrons (mesure en coïncidence)



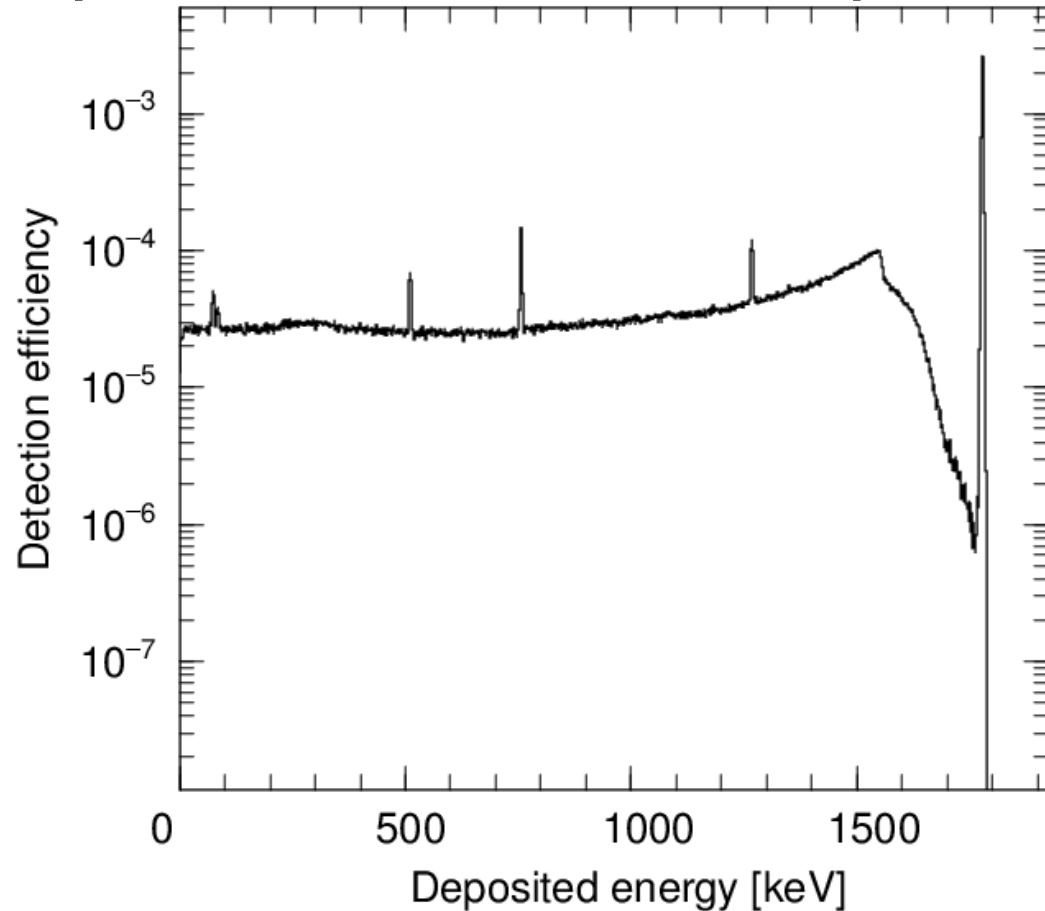
2) INTERACTION RAYONNEMENT-MATIÈRE

- Impact sur le spectre mesuré
 - Notion de pic d'échappement : simple ou double



2) INTERACTION RAYONNEMENT-MATIÈRE

- Impact des 3 interactions sur le spectre mesuré



Efficacité de détection simulée d'un rayon γ de 1778,9 keV (^{28}Al)
avec un détecteur HPGe entouré de plomb

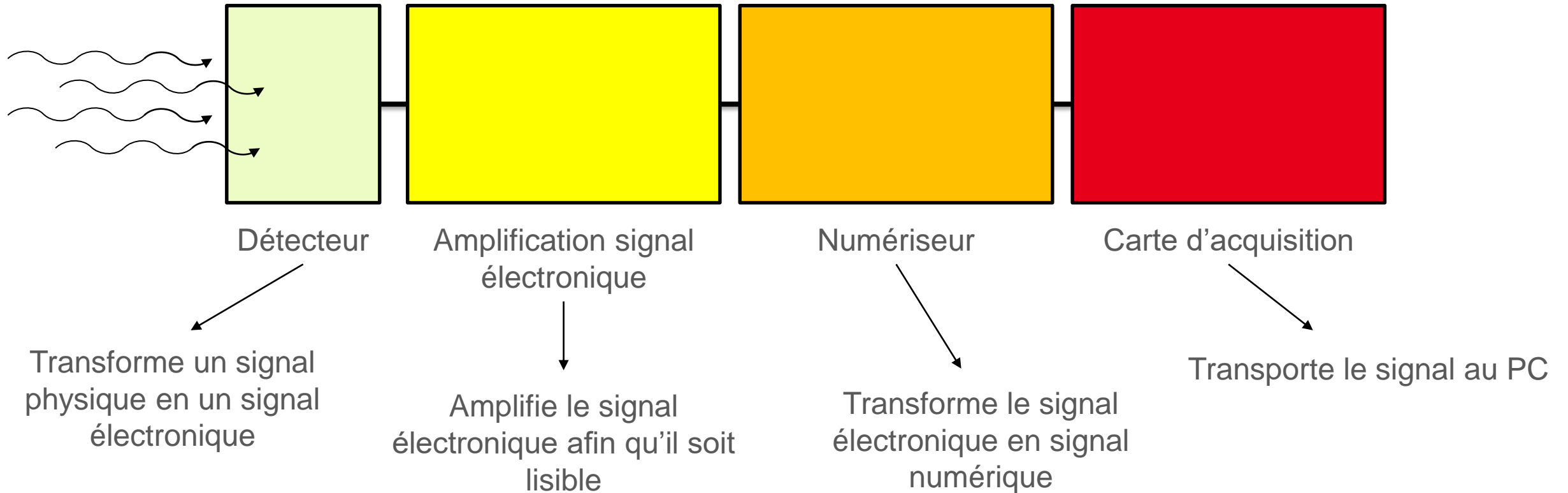
- Source**
 - ^{28}Al , principal γ émis : 1778,9 keV
- Détecteur**
 - HPGe entouré d'un blindage en plomb
- Caractéristiques du spectre**
 - Pic d'absorption totale
 - Front Compton
 - Plateau Compton
 - Pic de simple échappement
 - Pic de double échappement
 - Rétrodiffusion ?
 - ... autres ?

SOMMAIRE DU COURS

- 1) Origine des rayonnements gamma
- 2) Interaction rayonnement-matière
- 3) Chaîne d'acquisition en spectrométrie gamma
- 4) Étalonnage de la chaîne d'acquisition
 - En énergie
 - En résolution
 - En rendement
- 5) Statistique associée au comptage, incertitudes et intervalles de confiance

3) CHAÎNE D'ACQUISITION EN SPECTROMÉTRIE GAMMA

- Chaîne générale d'acquisition

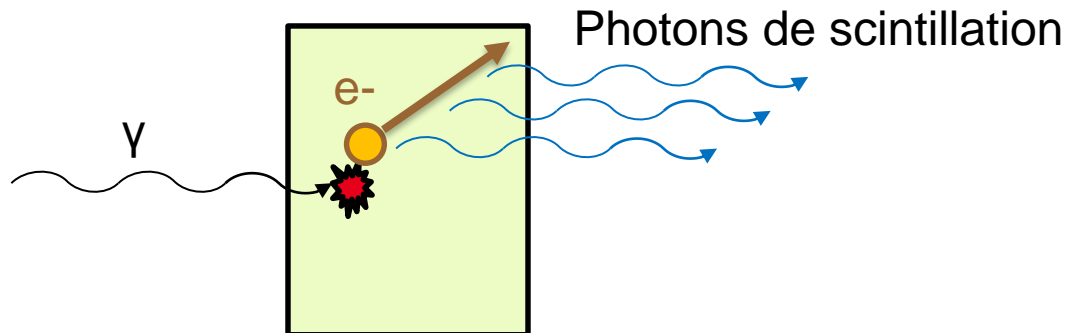


3) CHAÎNE D'ACQUISITION EN SPECTROMÉTRIE GAMMA

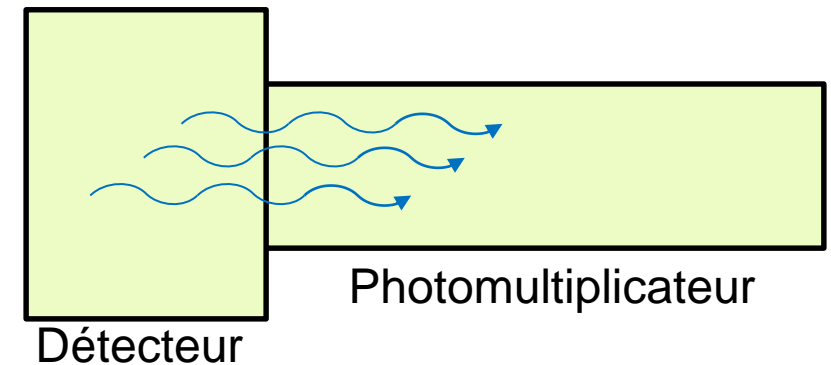
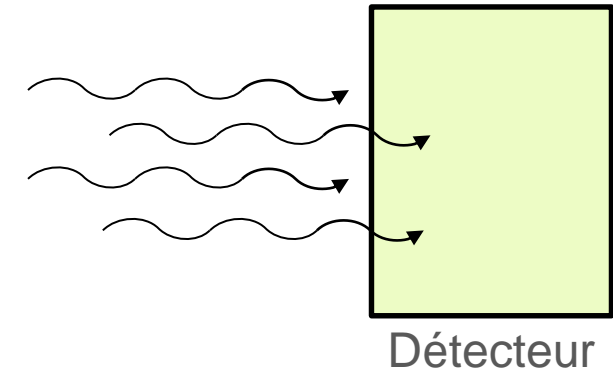
- **Détecteurs classiques de spectrométrie γ**
 - Deux types : scintillateurs et semi-conducteurs

- **Scintillateurs**

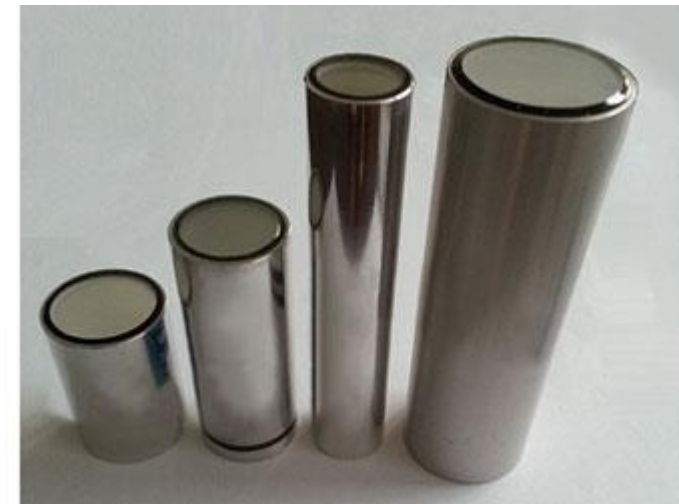
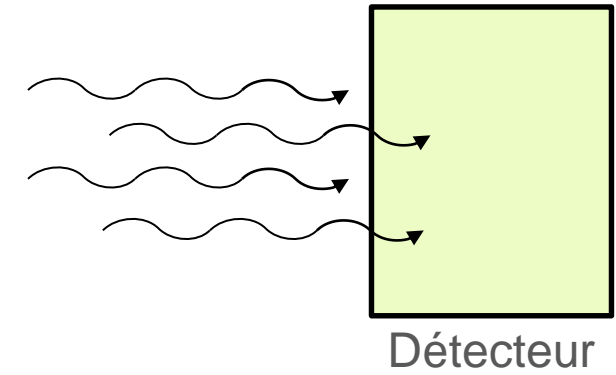
- Porteur d'information = **photons de scintillation**
- γ incidents déposent de l'énergie dans le scintillateur \rightarrow **excitation de la matière**
- **Désexcitation** en émettant des **photons de scintillation** (UV-Visible)



- **Deux types de scintillateurs** : organiques et inorganiques
 \rightarrow Différence dans la génération des photons de scintillation
- Dans les deux cas, nécessité de **convertir le signal lumineux en signal électrique**



3) CHAÎNE D'ACQUISITION EN SPECTROMÉTRIE GAMMA

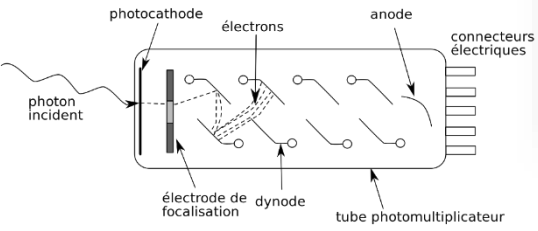


https://fr.wikipedia.org/wiki/Tube_photomultiplicateur

<https://en.wikipedia.org/wiki/Dynode>

Photographies Laboratoire Capteurs et Architectures Electroniques (LCAE)
<http://www.shalomeo.com/product/scintillators/encapsulated-naitl-scintillators>

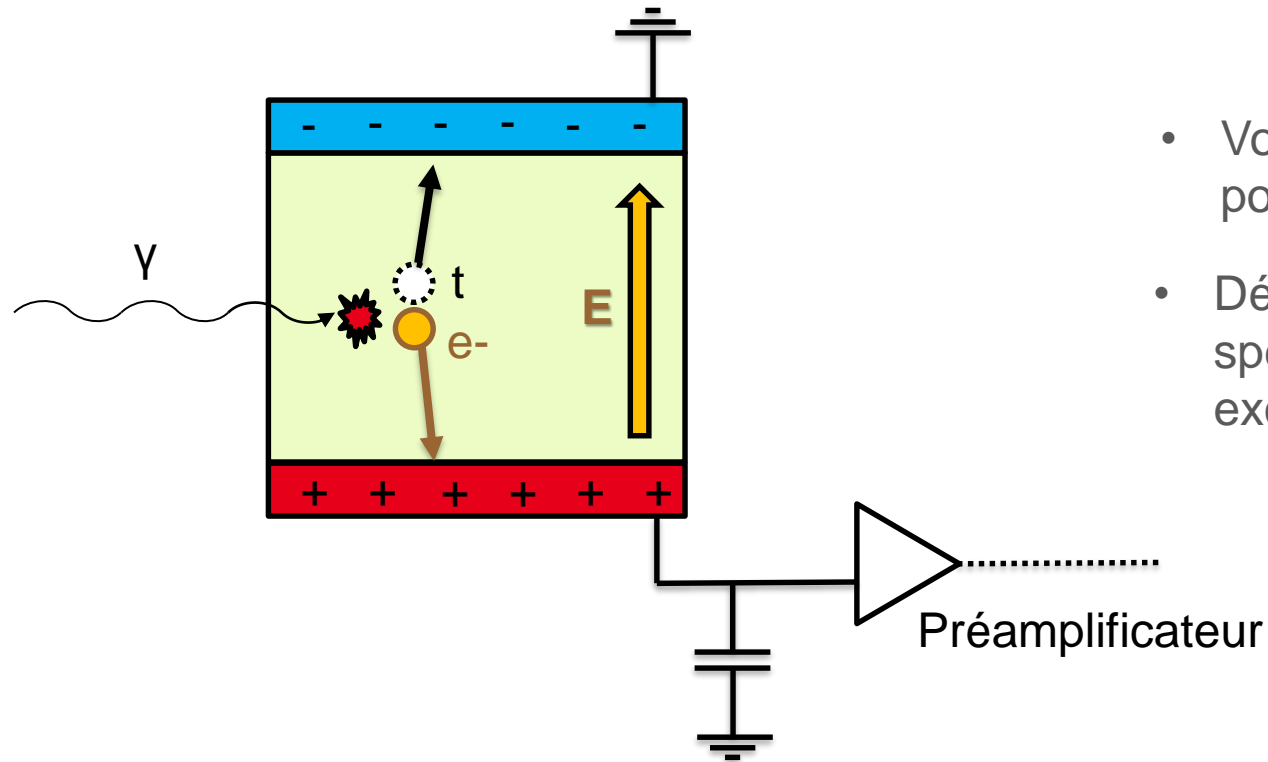
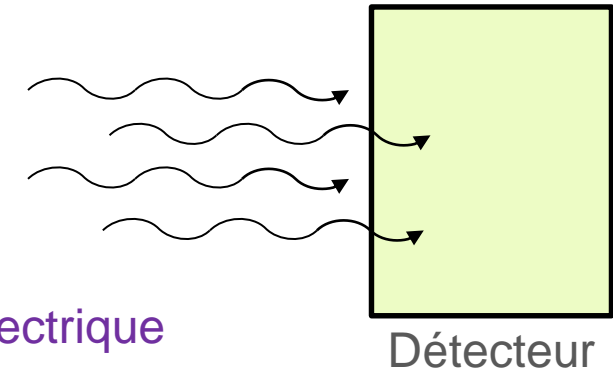
<https://www.hamamatsu.com/jp/en/product/optical-sensors/pmt/index.html>



3) CHAÎNE D'ACQUISITION EN SPECTROMÉTRIE GAMMA

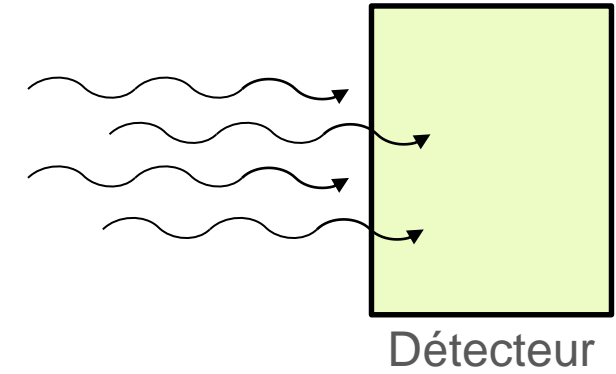
- **Semi-conducteurs**

- Porteur d'information = paires électron/trou
- Interaction avec des atomes du détecteur par les rayons γ incidents
- Porteurs collectés sur anode (électrons) / cathode (trous) grâce au champ électrique



- Voir physique des semi-conducteurs pour en savoir plus
- Détecteur le plus utilisé en spectrométrie gamma pour son excellente résolution

3) CHAÎNE D'ACQUISITION EN SPECTROMÉTRIE GAMMA

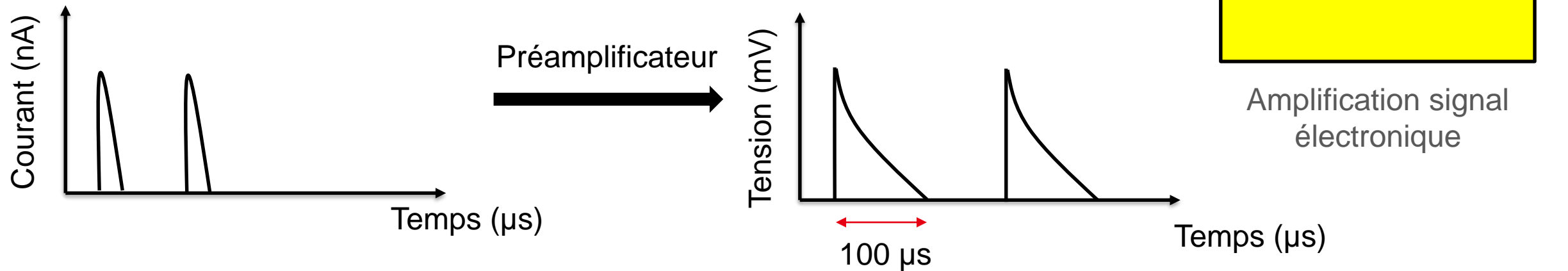


<http://www.innowtech.com/2019/06/03/les-detecteurs-cdte-et-cdznte/>

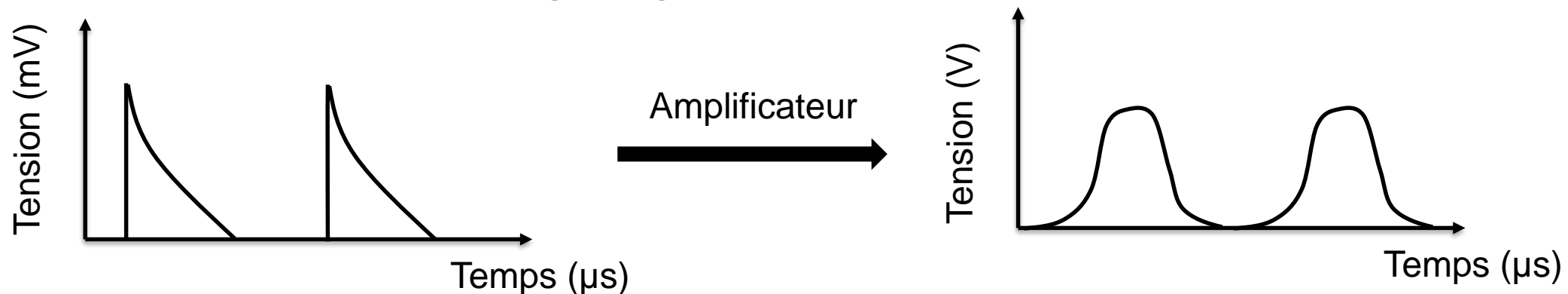
<https://www.ortec-online.com/products/radiation-detectors/germanium-hpge-radiation-detectors>

3) CHAÎNE D'ACQUISITION EN SPECTROMÉTRIE GAMMA

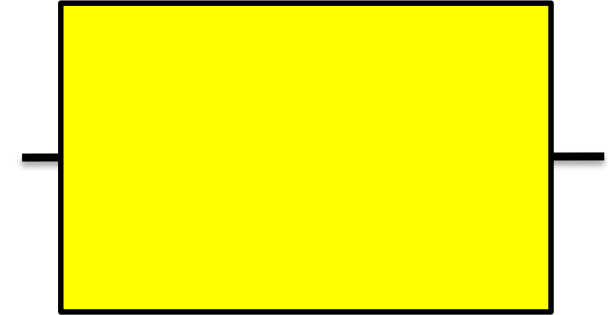
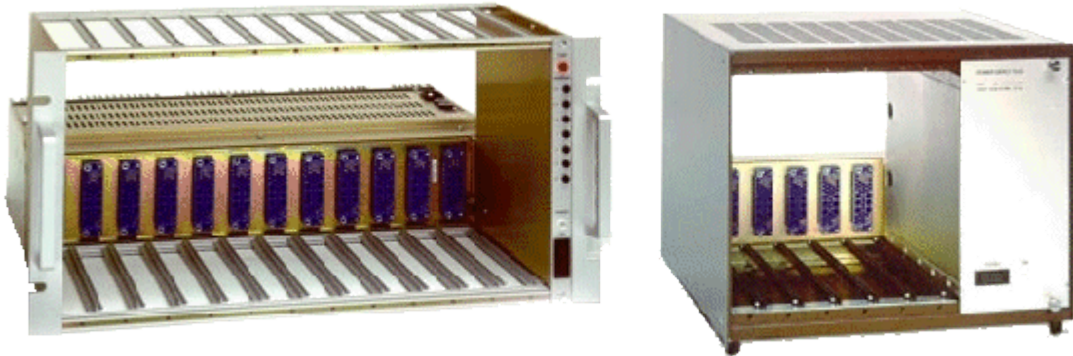
- Deux types d'amplifications (mode impulsion)
 - Transformer l'« information » courant en « information » tension



- Mettre en forme (*shaping*) le signal



3) CHAÎNE D'ACQUISITION EN SPECTROMÉTRIE GAMMA



Amplification signal
électronique



<http://www.quantar.com/pages/FAST/nimbin.htm>

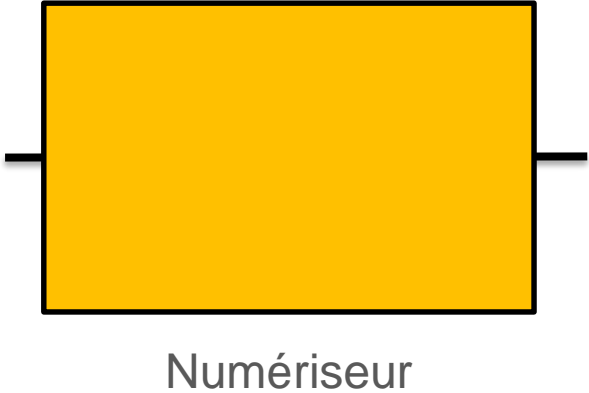
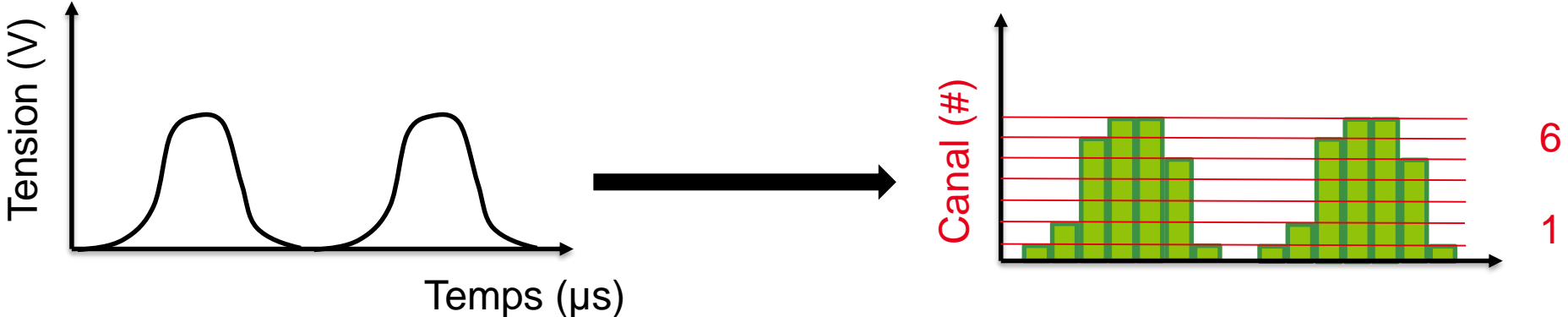
<https://www.ortec-online.com/products/electronics/amplifiers>

<https://prep.fnal.gov/Catalog.php>

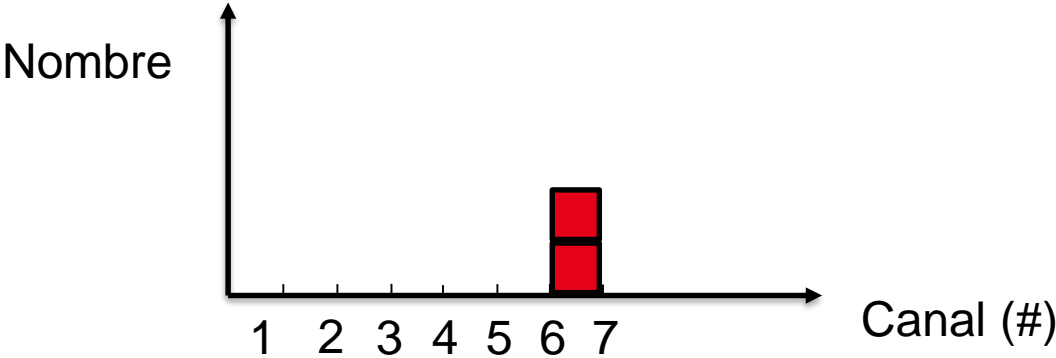
<https://www.caen.it/products/hexagon/>

3) CHAÎNE D'ACQUISITION EN SPECTROMÉTRIE GAMMA

- Transformer le signal électronique en numérique
 - Utilisation pour la spectrométrie d'un Multi Channel Analyzer (MCA)

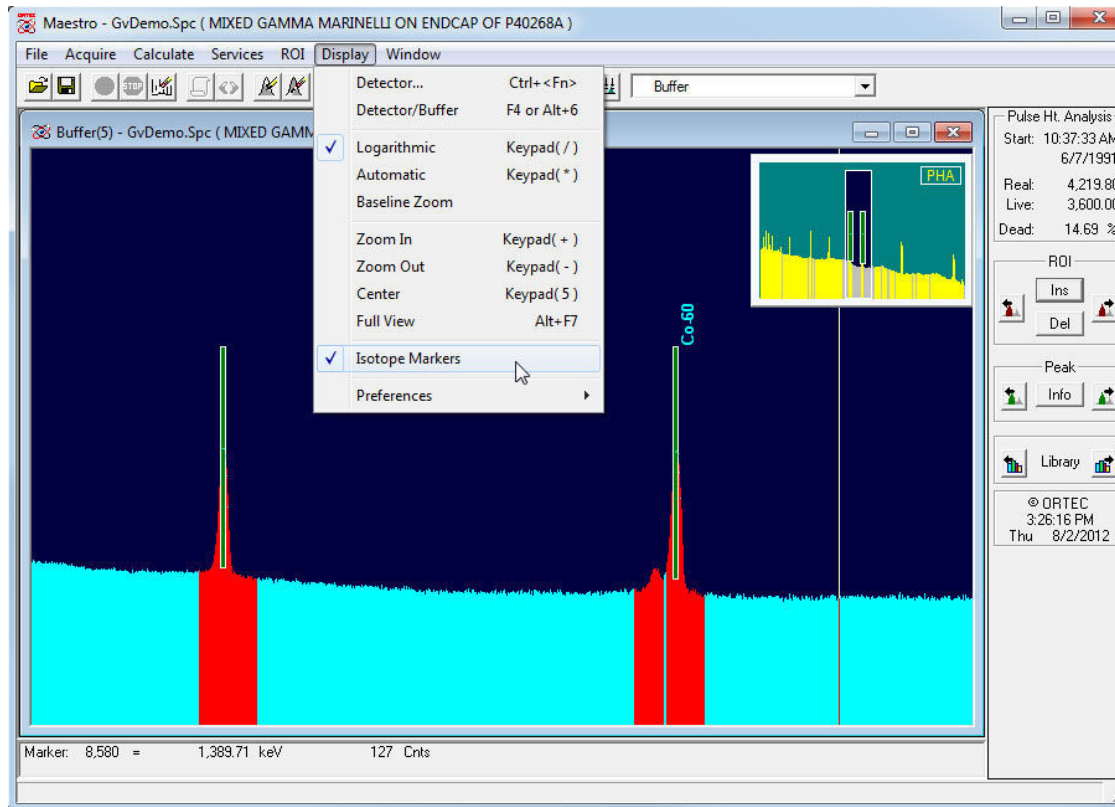


- Création de l'histogramme sur aire ou amplitude maximale



3) CHAÎNE D'ACQUISITION EN SPECTROMÉTRIE GAMMA

- Traitement informatique des données



Logiciel de traitement gamma : MAESTRO
(ORTEC)



PC / Carte d'acquisition

Il existe aussi :

- VisuGamma (SafeTechnologies)
- ProSpect (Canberra)
- MC² Analyser et Quantus (CAEN)
- ...

SOMMAIRE DU COURS

- 1) Origine des rayonnements gamma
- 2) Interaction rayonnement-matière
- 3) Chaîne d'acquisition en spectrométrie gamma
- 4) **Étalonnage de la chaîne d'acquisition**
 - En énergie
 - En résolution
 - En rendement
- 5) Statistique associée au comptage, incertitudes et intervalles de confiance

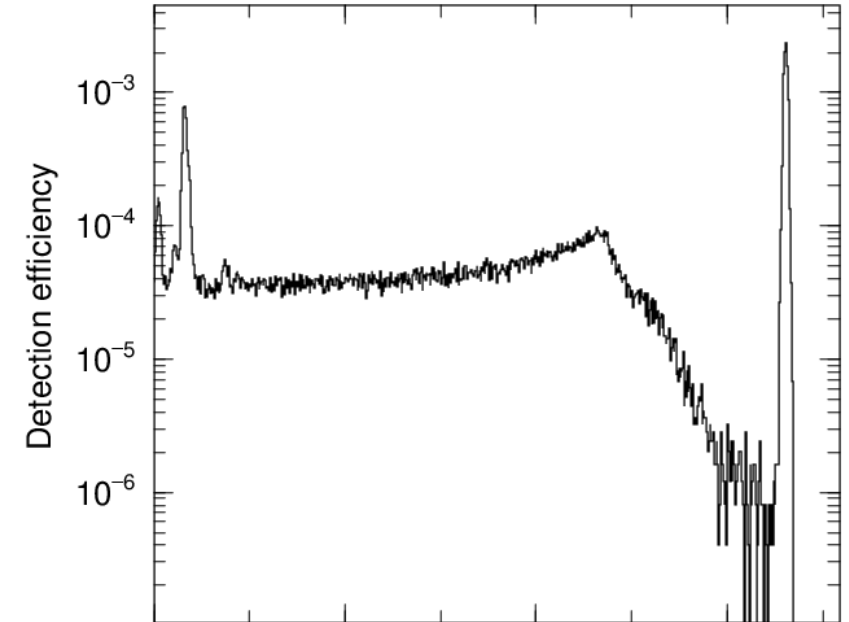
4) ÉTALONNAGE DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION - ÉNERGIE

- **Détecteur utilisé : HPGe**
- **Problématique du gain**
 - Numériseur possède un **nombre de canaux limités**
 - Exemple : [0 – 3 MeV] numérisé sur 4096 canaux
- **Réglage du gain**
 - Gain sur l'amplificateur
 - Plus l'impulsion est amplifiée, plus son canal associé sera grand
 - Utilisation d'une **source radioactive gamma connue** pour un premier réglage

4) ÉTALONNAGE DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION - ÉNERGIE

- **Exemple : Réglage du gain**
 - Encoder [0 – 3 MeV] sur 4096 canaux
 - Utilisation d'une source de Césium 137 : 661,7 keV

Quel est le canal correspondant à l'énergie du pic d'absorption totale?



Efficacité de détection simulée d'un rayon γ de 661,7 keV (^{137}Cs) avec un détecteur HPGe

4) ÉTALONNAGE DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION - ÉNERGIE

- Exemple : Réglage du gain

- Encoder [0 – 3 MeV] sur 4096 canaux
- Utilisation d'une source de Césium 137 : 661,7 keV

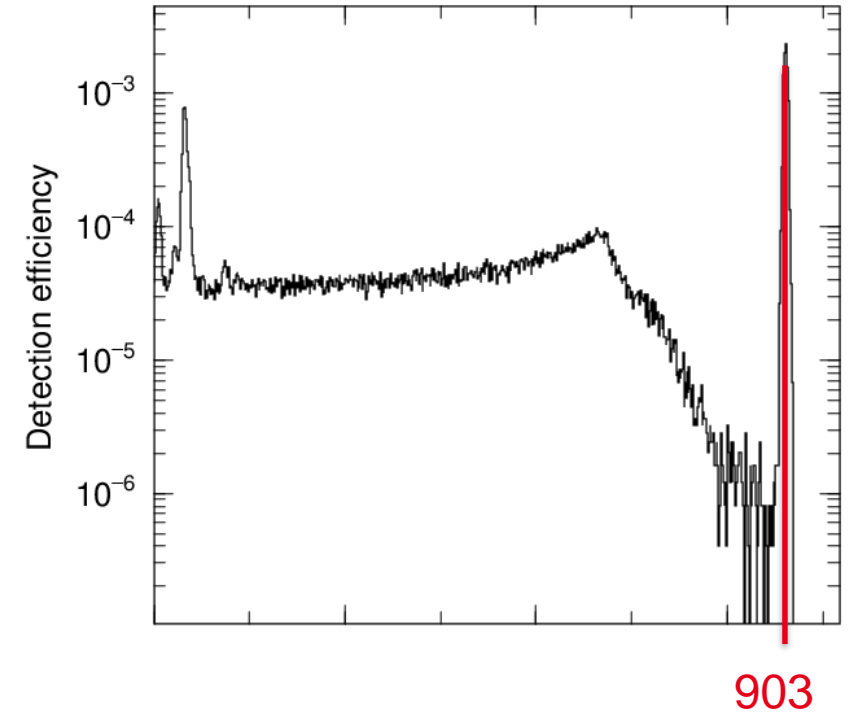
Quel est le canal correspondant à [...] ?

On sait que :

Canal (#)	Énergie (keV)
0	0
4096	3000

$$\text{Donc : } Canal(Y_{661,7}) = \left\lfloor \frac{661,7 \cdot 4096}{3000} \right\rfloor = [903,44] = 903$$

Ajustement de la haute tension pour que le pic d'absorption totale du césium soit au canal n° 903



4) ÉTALONNAGE DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION - ÉNERGIE

- **Courbe d'étalonnage en énergie**
 - Étalonnage sur plusieurs pics d'absorption totale
 - Utilisation de plusieurs sources radioactives ou d'une seule qui émet différents gamma (exemple : ^{152}Eu émet majoritairement une 15^{aine} de photons d'énergie allant de 40 keV à 1400 keV)
- **Loi d'ajustement**
 - Obtention d'un tableau contenant les relations canal-énergie
 - Relation de proportionnalité entre l'énergie déposée et l'impulsion : relation affine
 - Hypothèse de linéarité des composants électroniques suffisante en instrumentation nucléaire

$$E(\text{keV}) = b \cdot C(\#) + c$$

- Hypothèse de linéarité insuffisante pour physique des hautes énergies

$$E(\text{keV}) = a \cdot C(\#)^2 + b \cdot C(\#) + c$$

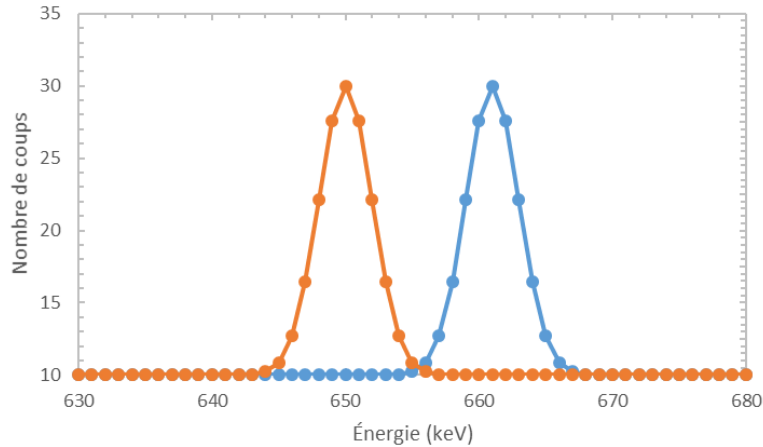
- Vérifier en comparant les deux interpolations

→ On sait à quelle énergie se trouvent les pics vus sur le spectre

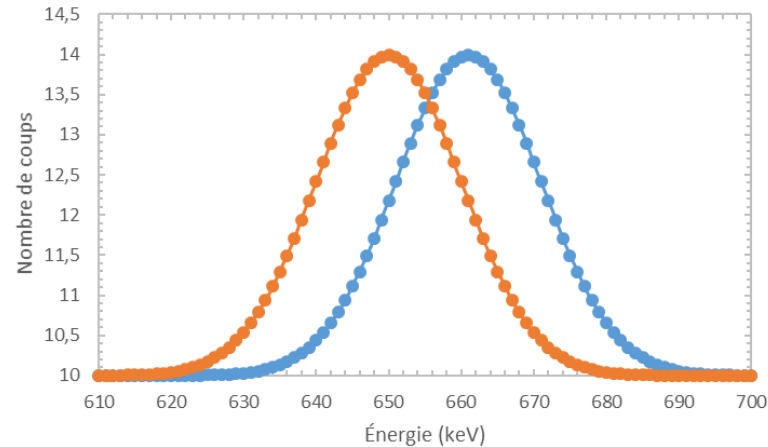
4) ÉTALONNAGE DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION - RÉOLUTION

- **Résolution**

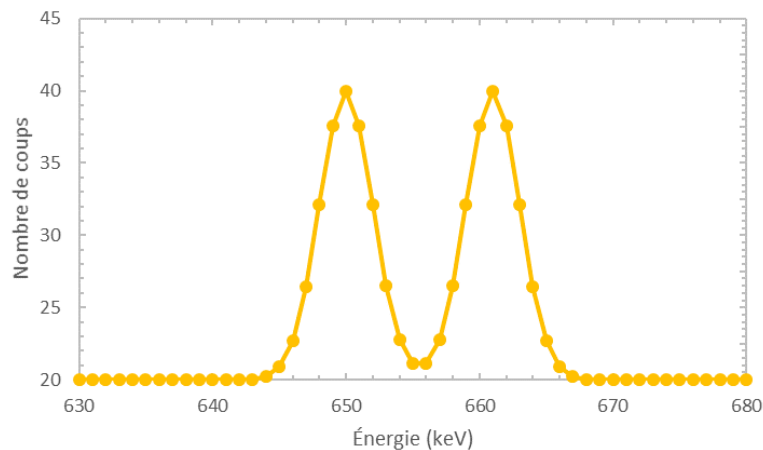
- Décrit la **capacité de séparer deux pics proches**



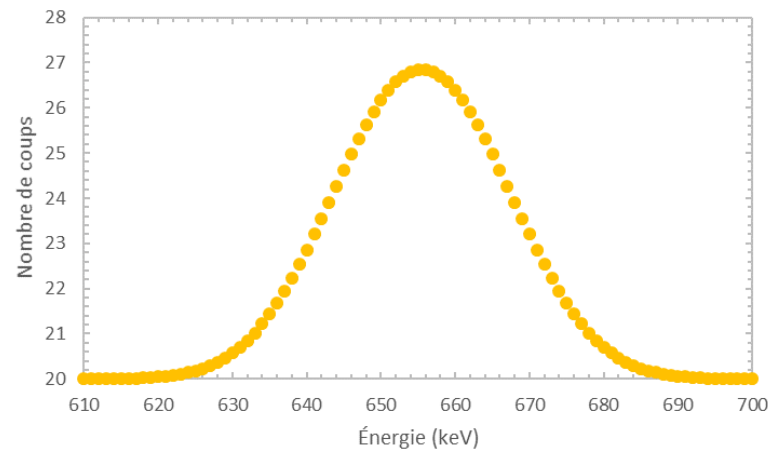
Deux distributions gaussiennes centrées sur 650 et 661 keV, d'écart-type 2 keV



Deux distributions gaussiennes centrées sur 650 et 661 keV, d'écart-type 10 keV



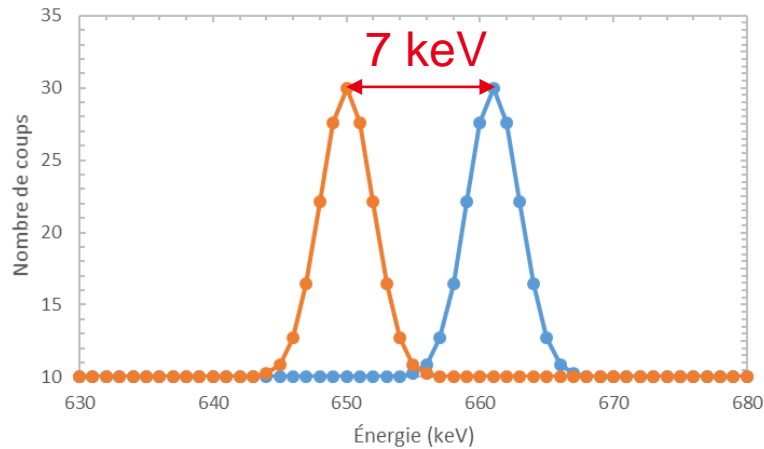
Somme de deux distributions gaussiennes centrées sur 650 et 661 keV, d'écart-type 2 keV



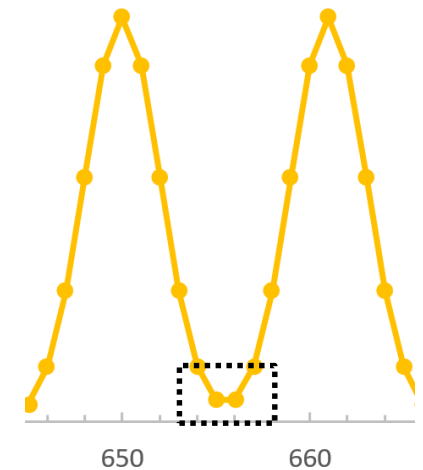
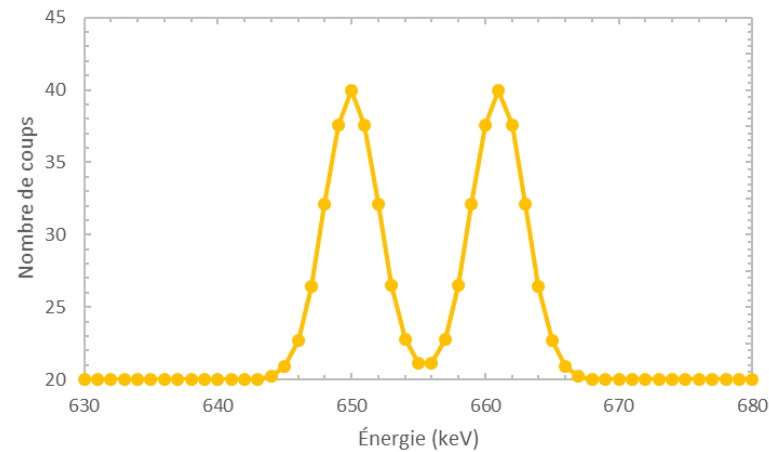
Somme de deux distributions gaussiennes centrées sur 650 et 661 keV, d'écart-type 10 keV

4) ÉTALONNAGE DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION - RÉOLUTION

- Largeur totale à mi-hauteur (*Full Width at Half-Maximum*)
 - Bonne séparation pour 3 FWHM d'écart entre les pics
 - Pour une loi Normale : $FWHM = 2\sqrt{2 \cdot \ln 2} \cdot \sigma \approx 2,355 \cdot \sigma$

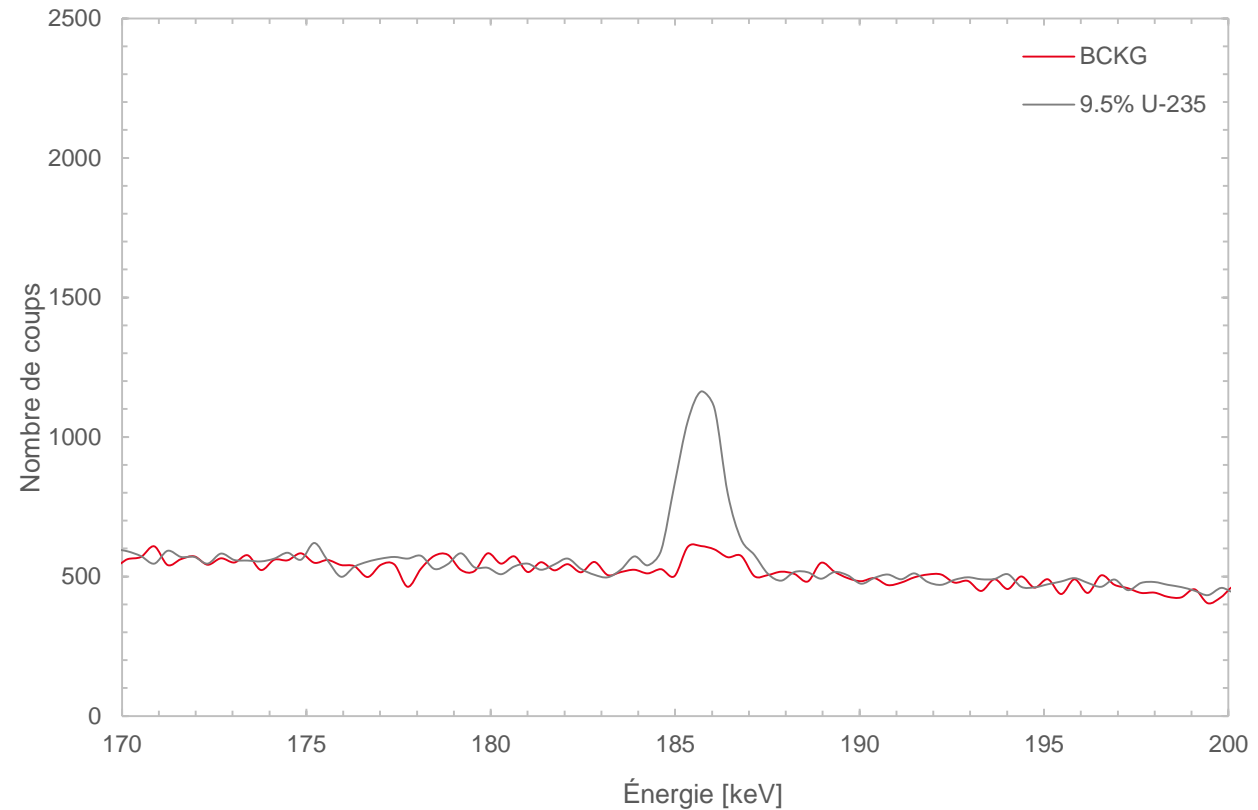
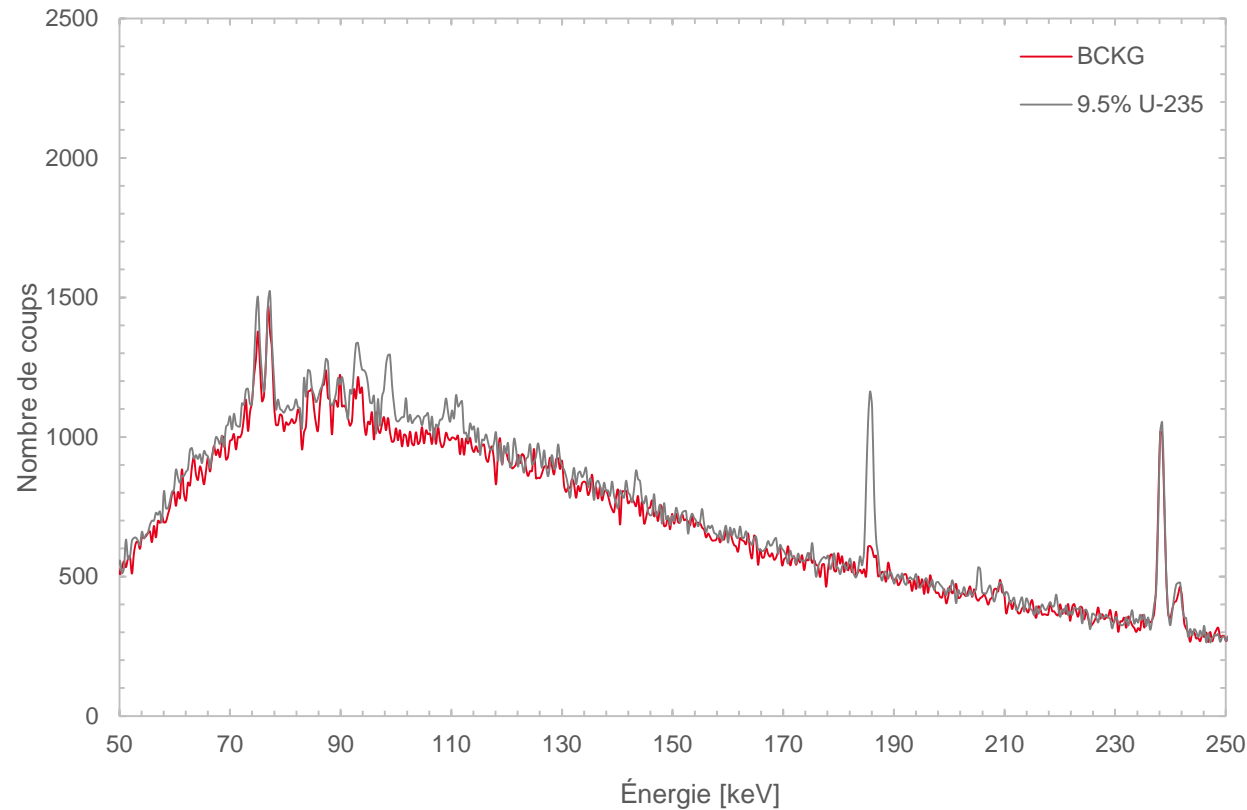


- Ici, $\sigma = 2 \Rightarrow FWHM \approx 4,7$ mais écart de 7 keV
→ Superposition des distributions (risque α)



4) ÉTALONNAGE DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION - RÉOLUTION

- Cas pratique



Mesure d'un échantillon d'uranium enrichi à 9,5% et bruit de fond associé, temps de mesure de 4500 secondes. Mesure réalisée dans une casemate en béton

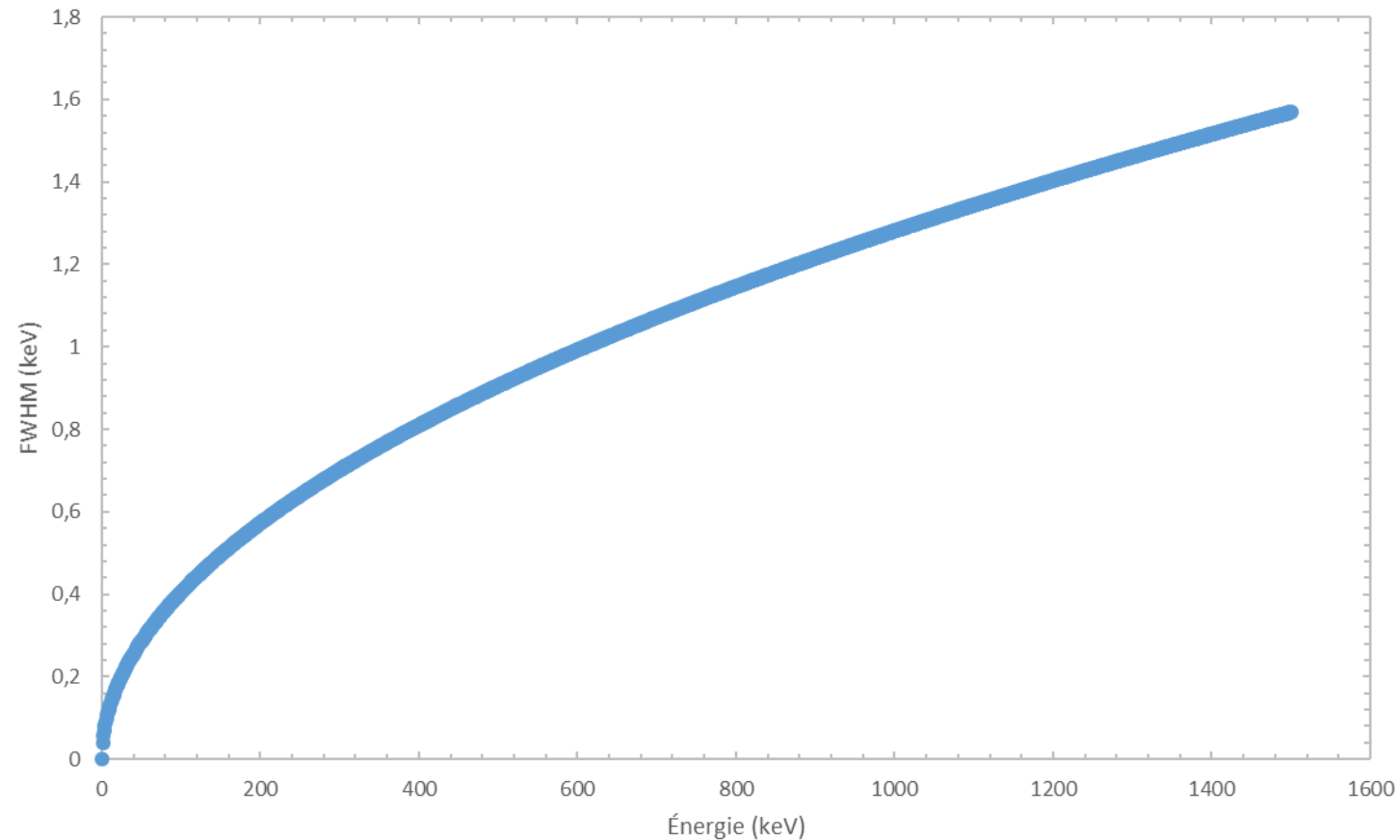
4) ÉTALONNAGE DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION - RÉOLUTION

- **Évolution de la résolution en fonction de l'énergie**
 - Résolution n'est pas constante selon l'énergie incidente détectée
 - Formule d'ajustement pour un HPGe (ou tout autre semi-conducteur) :

$$FWHM(E) = \underbrace{2\sqrt{2 \cdot \ln 2} \cdot \sqrt{F \cdot W}}_b \cdot \sqrt{E}$$

- F, le facteur de Fano : facteur correctif, typiquement 0,13 pour HPGe et 0,14 pour Si
 - W, transfert d'énergie moyen pour créer une paire électron/trou (eV), voisine du double de l'énergie de première ionisation
- **Évaluation empirique nécessaire** pour prendre en compte la véritable résolution de la chaîne de mesure
- On connaît, pour tout pic d'absorption totale, l'incertitude sur l'énergie mesurée

4) ÉTALONNAGE DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION - RÉOLUTION



Contribution du bruit de quantification des porteurs de charge à la résolution en énergie d'un HPGe (FWHM) en fonction de l'énergie

Strokan *et al.*, "Measurements of the Fano factor in germanium", *Nuclear Instruments and Methods*, Vol. 94, Issue 1 (1971).

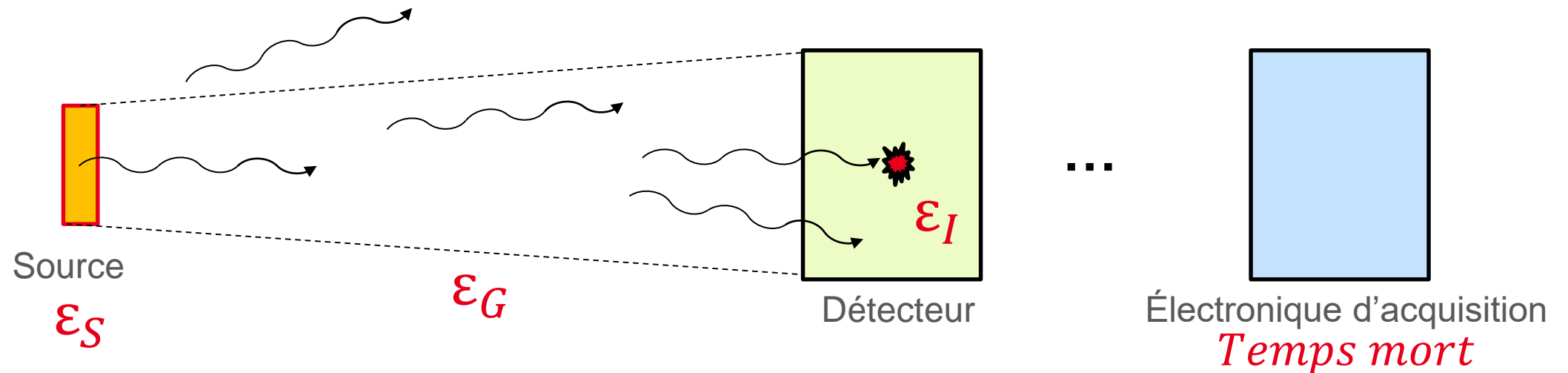
4) ÉTALONNAGE DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION - RENDEMENT

- Qu'est-ce qu'un nombre de coups ?
 - Nombre de fois où le détecteur a enregistré une impulsion
 - Problématique : nombre de coups enregistré \neq activité de la source

- Pourquoi inégalité entre activité et nombre de coups ?

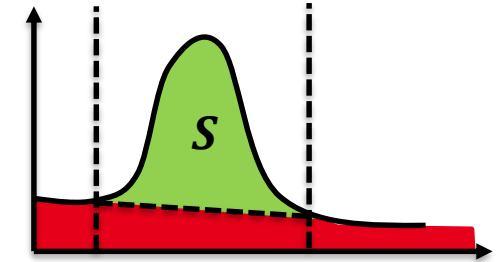
- Rayons γ doivent sortir de la source \rightarrow Rendement de source : ε_S
- Rayons γ doivent atteindre le détecteur \rightarrow Rendement géométrique : ε_G
- Rayons γ doivent interagir avec le détecteur \rightarrow Rendement intrinsèque : ε_I
- Interaction doit mener à une impulsion enregistrée \rightarrow Temps mort

$$\varepsilon = \varepsilon_S \cdot \varepsilon_G \cdot \varepsilon_I$$



4) ÉTALONNAGE DE LA CHAÎNE D'ACQUISITION - RENDEMENT

- **Étalonnage en rendement**
 - Relation entre l'activité de la source et le nombre de coups
 - Facteur appelé « rendement extrinsèque »
 - **Calcul du rendement extrinsèque d'absorption totale**
 - Uniquement sur le pic d'absorption totale car propre à un radionucléide spécifique
 - Rendement intrinsèque (ϵ_I) est fonction de l'énergie déposée
 - Rendement d'absorption totale varie en fonction de l'énergie
 - Rapport entre
 - Nombre de coups net dans le pic d'absorption totale
 - Nombre de gamma émis par la source
- Nombre de coups net (S) : Nombre de coups total moins le bruit de fond
- Nombre de gamma émis : $A \cdot I_\gamma \cdot t$



$$\epsilon_{AT} = \frac{S}{A \cdot I_\gamma \cdot t}$$

SOMMAIRE DU COURS

- 1) Origine des rayonnements gamma
- 2) Interaction rayonnement-matière
- 3) Chaîne d'acquisition en spectrométrie gamma
- 4) Étalonnage de la chaîne d'acquisition
 - En énergie
 - En résolution
 - En rendement
- 5) Statistique associée au comptage, incertitudes et intervalles de confiance

5) STATISTIQUE ASSOCIÉE AU COMPTAGE, INCERTITUDES ET INTERVALLES DE CONFIANCE

- **Désintégration**

- **Processus aléatoire** : impossible d'anticiper le temps avant désintégration d'un noyau donné
- Pour une population de noyaux : **proportionnalité entre l'activité (A) et la population de noyaux (N)**
 - Constante de désintégration λ

$$\lambda = \frac{A}{N}$$

- **Distribution du comptage – première approche**

- **Deux états possibles** pour le noyau : désintégré ou non
- **Probabilité d'une désintégration ne dépend que du temps passé et non de l'origine de l'observation**
- La désintégration d'un noyau est un **phénomène indépendant** des autres désintégrations
 - **Distribution binomiale**

- **Approximation loi de Poisson**

- **Probabilité de désintégration est très faible**
- **Nombre de noyaux présents très grand**
 - Approximation par loi de Poisson possible

5) STATISTIQUE ASSOCIÉE AU COMPTAGE, INCERTITUDES ET INTERVALLES DE CONFIANCE

• Caractéristiques d'une loi de Poisson

- Un seul paramètre : $\lambda_P = N \cdot p$
- Espérance : λ_P
- Variance : λ_P
- Écart-type : $\sigma = \sqrt{\text{Variance}} = \sqrt{\lambda_P}$

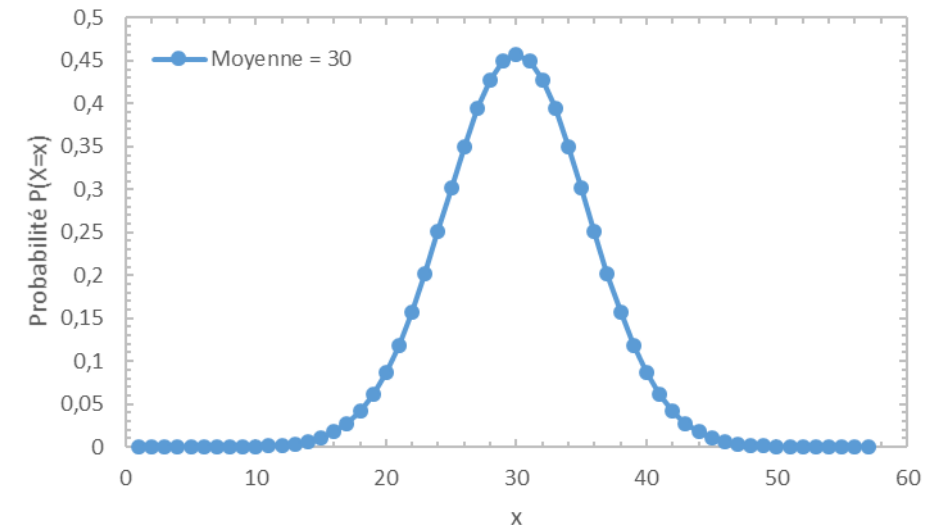
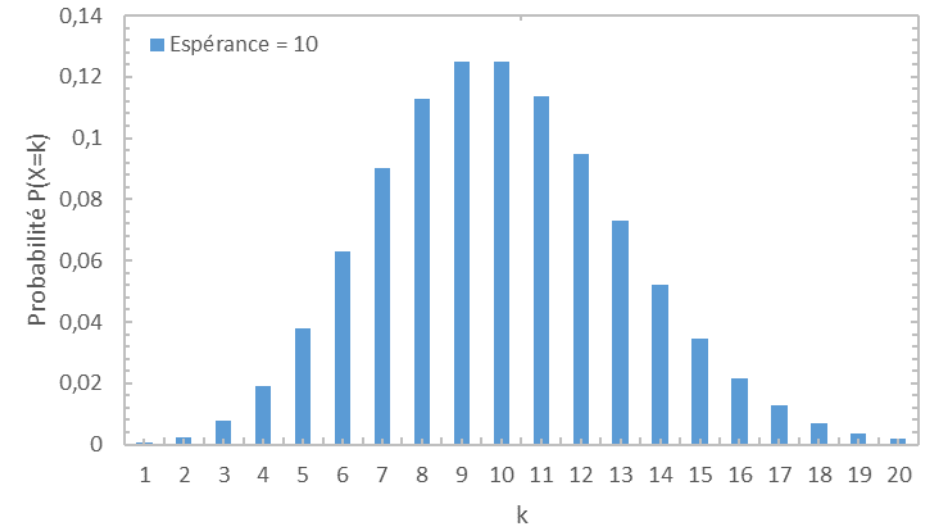
$$P(X = k) = \frac{\lambda_P^k}{k!} \cdot e^{-\lambda_P}$$

• Loi de Gauss (loi Normale)

- Vrai pour valeur moyenne suffisamment grande (> 30)
- Distribution continue similaire en forme à la loi de Poisson

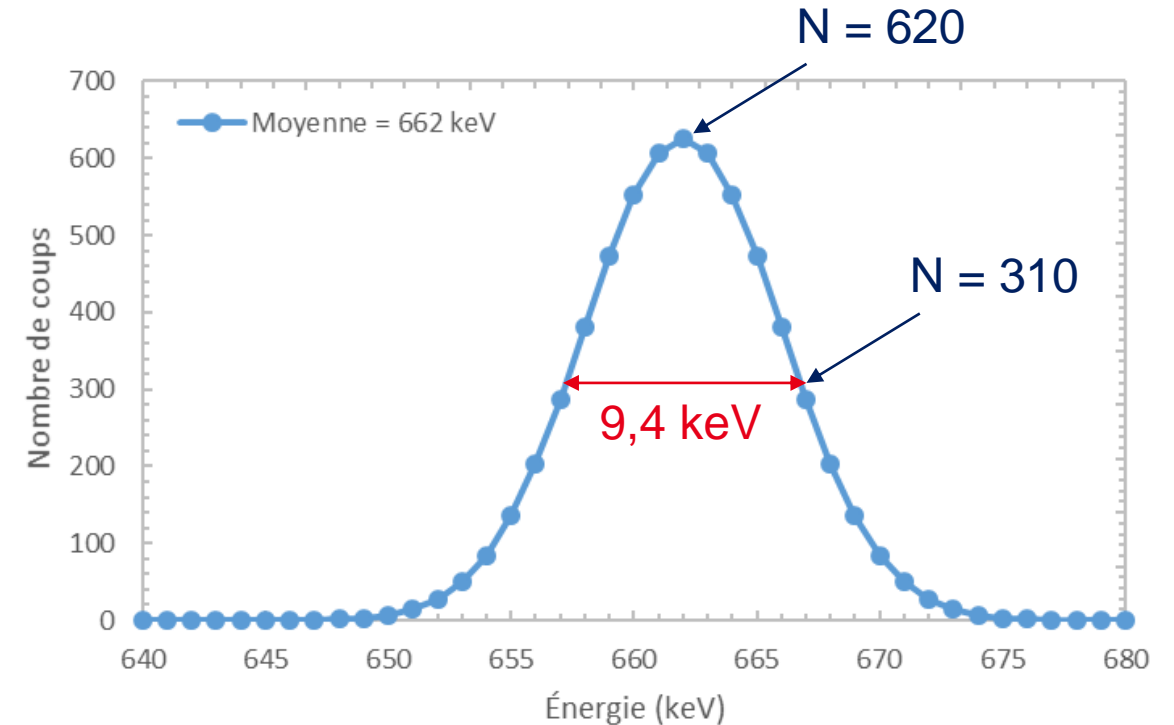
$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2}$$

- Deux paramètres : μ valeur moyenne et σ écart-type
- Permet le calcul d'intervalles de confiance



5) STATISTIQUE ASSOCIÉE AU COMPTAGE, INCERTITUDES ET INTERVALLES DE CONFIANCE

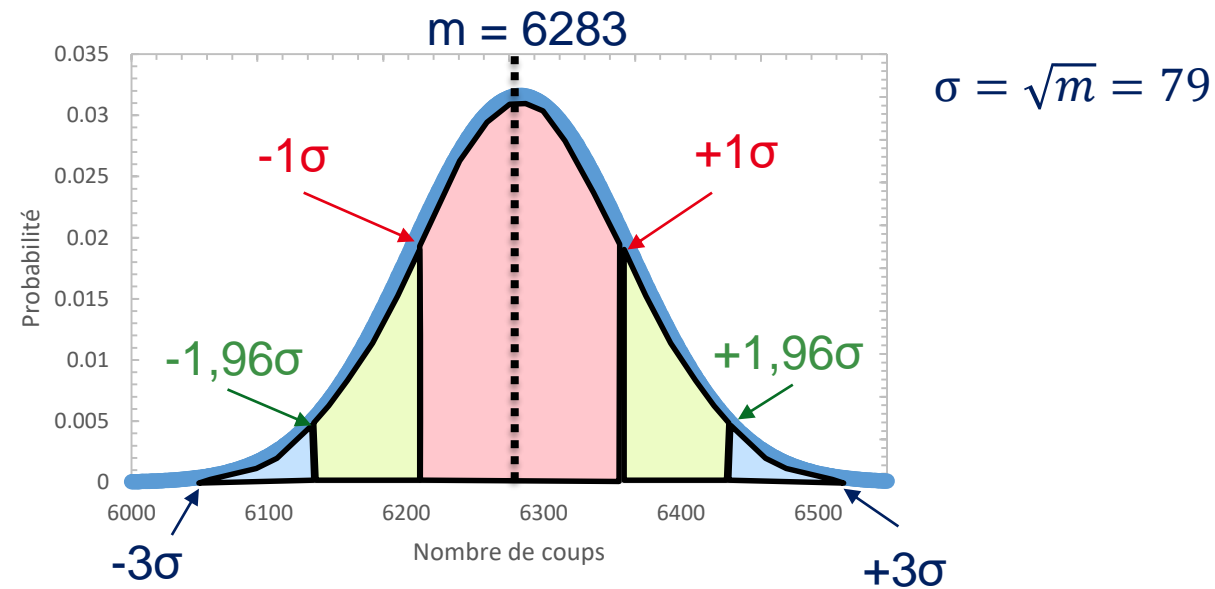
- Exemple de distribution gaussienne
 - Pic absorption totale
 - Comptage = tous les coups sous le pic
→ Aire nette
- Incertitude sur l'énergie lue
 - Pic suit une loi Gaussienne :
$$\rightarrow \sigma(E) = \frac{FWHM}{2,355} = 4,0 \text{ keV}$$
 - Capacité de décrire l'élargissement :
$$\rightarrow E_{mesurée} = 662 \pm 4 \text{ keV} (1 \sigma)$$



5) STATISTIQUE ASSOCIÉE AU COMPTAGE, INCERTITUDES ET INTERVALLES DE CONFIANCE

- **Intervalle de confiance**

- Répétons un comptage un nombre infini de fois et calculons la probabilité associée :



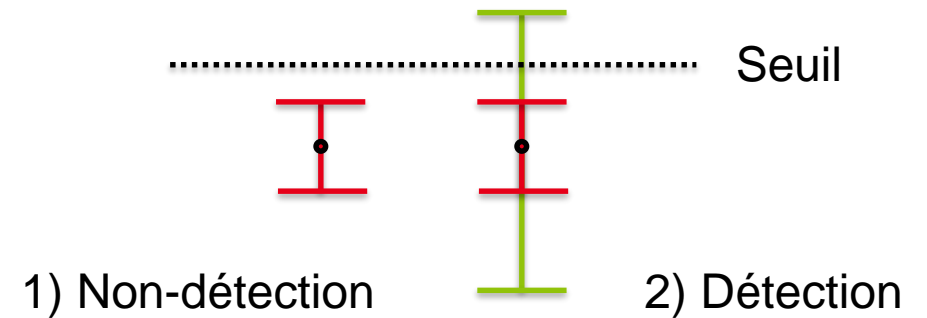
- Addition des probabilités entre -1σ et $+1\sigma = 68,3\%$
- Addition des probabilités entre $-1,96\sigma$ et $+1,96\sigma = 95\%$
- Addition des probabilités entre -3σ et $+3\sigma = 99,9\%$

→ Vrai pour toute variable suivant une **loi Gaussienne**

5) STATISTIQUE ASSOCIÉE AU COMPTAGE, INCERTITUDES ET INTERVALLES DE CONFIANCE

- Pourquoi préciser l'intervalle de confiance ?

- $6283 \pm 79 (1\sigma) \neq 6283 \pm 79 (3\sigma)$
- Pour connaître la **précision de la mesure**
→ **Métrologie**
- Utile dans le réglage d'alarmes, de seuil, ...



- Pour aller plus loin : faux positif et faux négatif

- Éviter les faux positifs (déclencher l'alarme à tort)
 - Monter le seuil
 - Utile dans des fonctionnements critiques (comme sous-marin nucléaire) où l'arrêt doit être sûr
- Éviter les faux négatifs (ne pas déclencher l'alarme à tort)
 - Baisser le seuil
 - Utile dans le démantèlement où on l'oublie pas de contamination à retirer (mieux vaut trop en retirer que pas assez)

5) STATISTIQUE ASSOCIÉE AU COMPTAGE, INCERTITUDES ET INTERVALLES DE CONFIANCE

- **Calcul d'incertitude**

- Exemple : nombre de coups net

$$\rightarrow S = m_{Total} - m_{BdF}$$

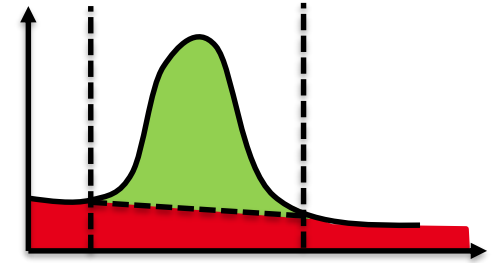
- $\Delta S \neq \sqrt{S}$

\rightarrow Où est prise en compte l'incertitude de m_{Total} et de m_{BdF} ?

- Propagation des incertitudes

$$(\Delta R)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial R}{\partial X_i} \cdot \Delta X_i \right)^2$$

- Avec R , la grandeur étudiée
- ΔR , son incertitude absolue
- $X_{1,2,\dots,n}$, des grandeurs
- $\Delta X_{1,2,\dots,n}$, les incertitudes absolues associées



5) STATISTIQUE ASSOCIÉE AU COMPTAGE, INCERTITUDES ET INTERVALLES DE CONFIANCE

- **Incertitude nombre de coups net**

- $\Delta S = \sqrt{m_{Total} + m_{BdF}}$

- **Incertitude efficacité**

- $\varepsilon = \frac{S}{A \cdot I_{\gamma} \cdot t}$

$$\rightarrow \left(\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}\right)^2 = \left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2$$

- Formule généralisable à toute grandeur estimée uniquement à partir de **multiplications et/ou de divisions**

$$\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 = \left(\frac{\Delta X_1}{X_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta X_2}{X_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\Delta X_n}{X_n}\right)^2$$

BIBLIOGRAPHIE UTILE

- **M. K. MITTAL, R. C. VERMA, *et al.*, Introduction to Nuclear and Particle Physics, 4^{ème} édition, 2018.**
- **G. GILMORE, Practical gamma-ray spectrometry, 2^{ème} edition, 2008**
- **G. F. KNOLL, Radiation detection and measurement, 4^{ème} édition, 2010**

CORRECTION DE L'ÉVALUATION 2019/2020

Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives
Institut List | CEA SACLAY NANO-INNOV | BAT. 861 – PC142
91191 Gif-sur-Yvette Cedex - FRANCE
www-list.cea.fr

Établissement public à caractère industriel et commercial | RCS Paris B 775 685 019