A. Piles/Files

1. On dispose du type Pile spécifié ci-contre.

Signatures	Axiomes
pileVide : → Pile	depiler(pileVide) = ERREUR.
empiler : Elem × Pile → Pile	depiler(empiler(e, p)) = p
sommet : Pile → Elem	sommet(pileVide) = ERREUR.
depiler : Pile → Pile	sommet(empiler(e, p)) = e
estPileVide : Pile → Booléen	estPileVide(pileVide) = VRAI
	estPileVide(empiler(e, p)) = faux

Prouver que :

sommet(depiler(empiler(e3,depiler(empiler(e2,empiler(e1,p)))))) = e1

Puis simplifier :

depiler(empiler(7,depiler(empiler(sommet(empiler(5,empiler(3,p))),empiler(9,q)))))

2. Proposez l'implémentation de deux piles sur un même vecteur de taille [1..n] de telle manière qu'il n'y ait aucun débordement de pile sauf si la somme des éléments des deux piles est égale à n.

3. On dispose du type File spécifié ci-contre.

Signatures	Axiomes
fileVide : → File	defiler(fileVide) = ERREUR.
enfiler : Elem × File → File	defiler(enfiler(e, fileVide)) = fileVide
bout : File → Elem	defiler(enfiler(a, enfiler(b, p))) = defiler(enfiler(b, p))
defiler : File → File	bout(fileVide) = ERREUR.
estFileVide : File → Booléen	bout(enfiler(e, fileVide)) = e
	bout(enfiler(a, enfiler(b, p))) = bout(enfiler(b, p))
	estFileVide(fileVide) = VRAI
	estFileVide(enfiler(e, p)) = FAUX

Trouver des conditions pour que :

enfiler(e4,defiler(enfiler(e3,defiler(defiler(enfiler(e2,enfiler(e1,f)))))))=enfiler(e4,f)

4. Montrez comment implémenter une pile à l'aide de deux files. Montrez comment implémenter une file à l'aide de deux piles.

B. Listes

On dispose du type Liste spécifié ci-contre.
Spécifier algébriquement puis proposer des implémentations (en en calculant le cout) de fonctions donnant :

Signatures
listeVide : → Liste
cons : Elem × Liste → Liste
prem : Liste → Elem
suite : Liste → Liste
estListeVide : Liste → Bool

Axiomes
suite(listeVide) = ERREUR.
suite(cons(e, L)) = L
prem(listeVide) = ERREUR.
prem(cons(e, L)) = e
estListeVide(listeVide) = VRAI
estListeVide(cons(e, L)) = FAUX

1. le nombre d'éléments d'une liste
2. le nombre d'occurences d'un élément dans une liste
3. l'indice de la première occurence d'un élément dans une liste
4. la concaténation de deux listes
5. le retournement d'une liste
6. la concaténation de deux listes

C. Ensembles

Donner une spécification algébrique des ensembles d'entiers puis spécifier et implémenter des fonctions donnant :

1. le nombre d'éléments d'un ensemble
2. l'union de deux ensembles
3. la différence symétrique de deux ensembles
4. VRAI si et seulement si les deux ensembles sont égaux